

CM : STRUCTURE 2

CYCLE LICENCE S3/S4

Marc LEYRAL

Sylvain EBODE

S2-C7

**LES ARCS, LES VOÛTES EN
BERCEAU ET LES DÔMES**

Présentation de ces archétypes structuraux

Gateway Arch, Saint Louis, USA



1. Échauffement 10'

2. Rappels 10'

3. Cours 65'

- Les arcs
- La poussée au vide
- Une forme idéale ?
- Les voûtes en berceaux
- Les dômes

4. Bilan 5'

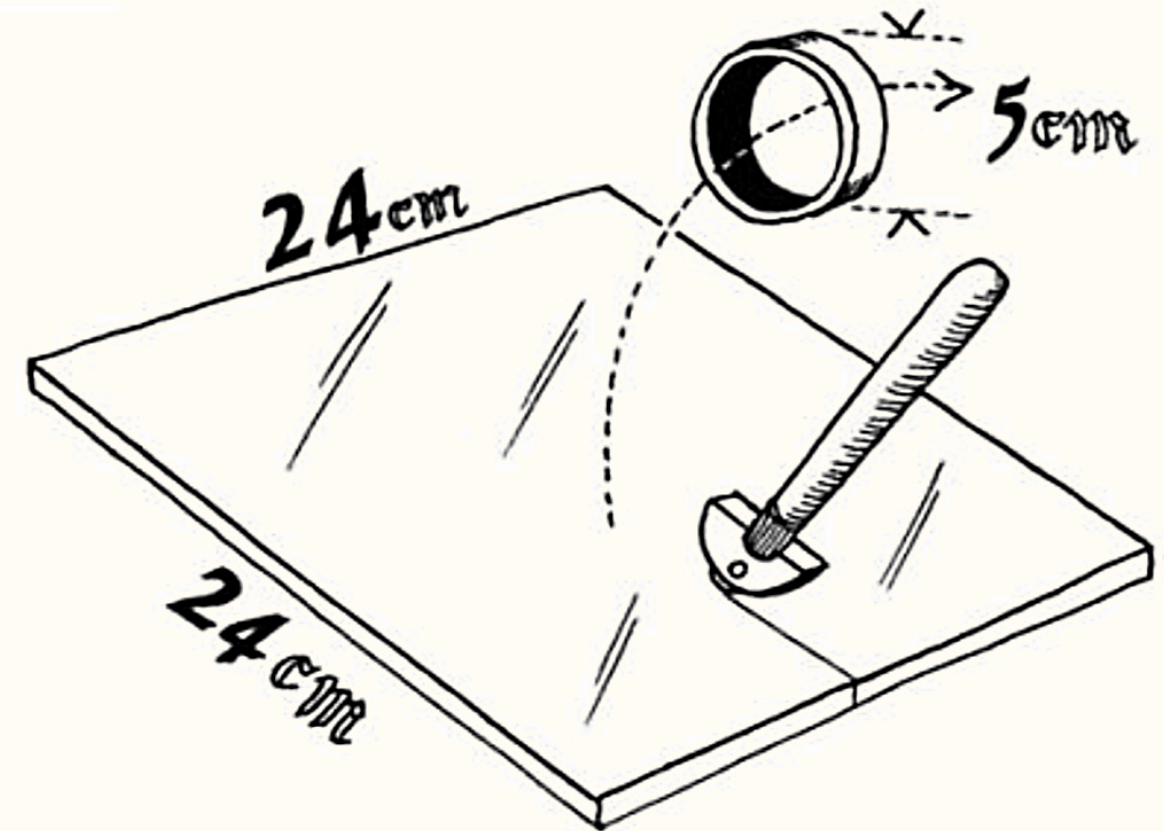
S2-C7 LES ARCS, LES VOÛTES EN BERCEAU ET LES DÔMES

1. ÉCHAUFFEMENT

Les deux verriers

Deux maîtres verriers sont en compétition pour réaliser les vitraux de la cathédrale de Chartres. Pour les départager, l'archevêque leur lance un défi :

« Voici un carré de verre de 24 cm de côté et un anneau de 5 cm de diamètre. Celui qui parviendra à découper le carré en quatre morceaux égaux de façon qu'ils passent dans l'anneau sans se briser remportera le marché. »



1. Échauffement 10'

2. Rappels 10'

3. Cours 65'

- Les arcs
- La poussée au vide
- Une forme idéale ?
- Les voûtes en berceaux
- Les dômes

4. Bilan 5'

S2-C7 LES ARCS, LES VOÛTES EN BERCEAU ET LES DÔMES

1. ÉCHAUFFEMENT

Les deux verriers

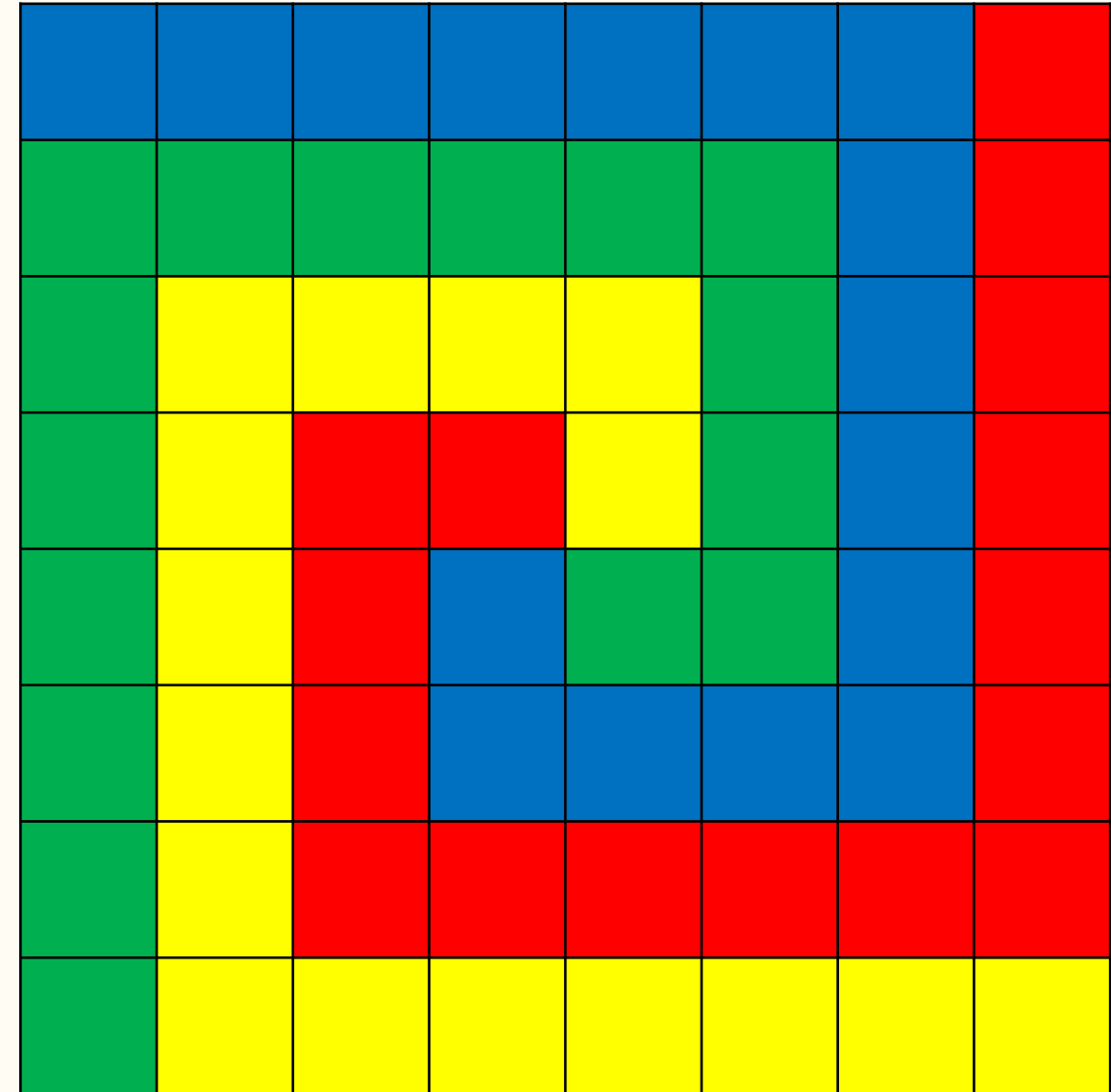
Avant de découper, il faut savoir quelle trame utiliser.

Nous cherchons la plus grosse maille possible dont un angle (la diagonale) passe dans l'anneau.

Un carré de 3 x 3 a une diagonale de $\sqrt{3^2 + 3^2} = 4,3$ cm (OK)

Un carré de 4 x 4 a une diagonale de $\sqrt{4^2 + 4^2} = 5,7$ cm (PAS OK)

On va tracer un quadrillage de $24/3 = 8 \times 8$ sur le vitrail et le découper en spirale pour en faire seulement quatre morceaux.



1. **Échauffement 10'**

2. **Rappels 10'**

3. **Cours 65'**

- a. Les arcs
- b. La poussée au vide
- c. Une forme idéale ?
- d. Les voûtes en berceaux
- e. Les dômes

4. **Bilan 5'**

S2-C7 LES ARCS, LES VOÛTES EN BERCEAU ET LES DÔMES

1. ÉCHAUFFEMENT

Question du jour:

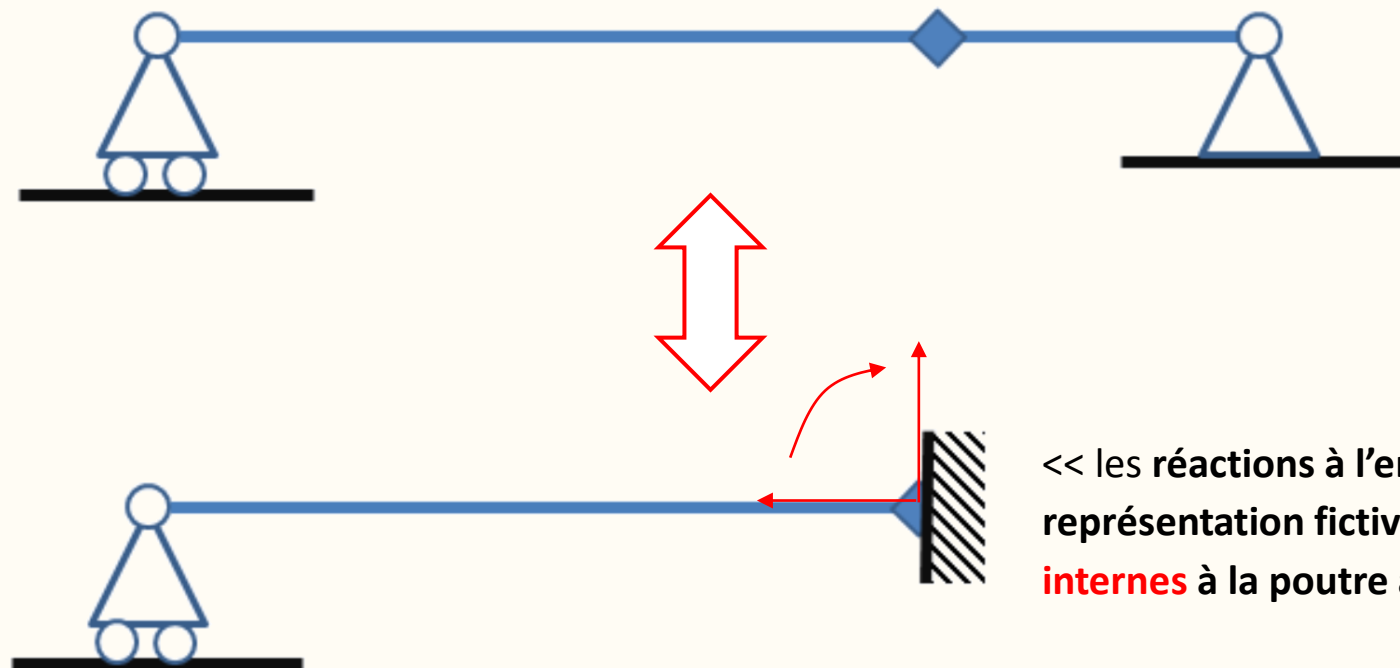


S2-C7 LES ARCS, LES VOÛTES EN BERCEAU ET LES DÔMES

2. RAPPELS

PRINCIPE DE LA COUPE IMAGINAIRE

Schéma statique : Il possible d'**isoler tout morceau d'une poutre** (via une « **coupe imaginaire** ») est de la représenter comme encastré sur le reste de la structure, **considéré comme support**.



<< les réactions à l'encastrement sont donc une représentation fictivement externe des **efforts internes** à la poutre au niveau de la coupe.

SOMMAIRE – S2-C7 LES ARCS, LES VOÛTES EN BERCEAU ET LES DÔMES

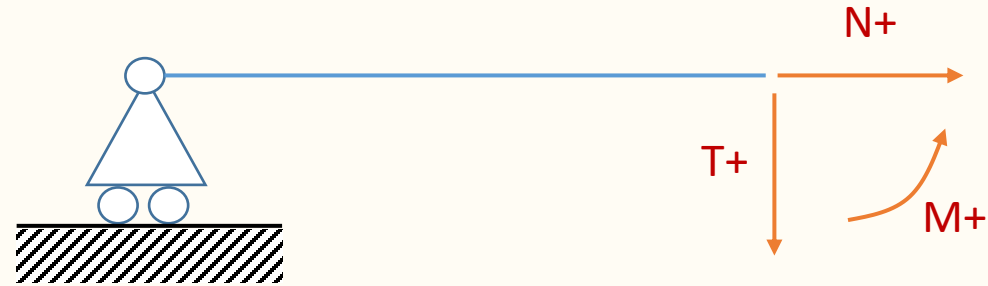
1. Échauffement 10'
2. Rappels 10'
3. Cours 65'
 - a. Les arcs
 - b. La poussée au vide
 - c. Une forme idéale ?
 - d. Les voûtes en berceaux
 - e. Les dômes
4. Bilan 5'

S2-C7 LES ARCS, LES VOÛTES EN BERCEAU ET LES DÔMES

2. RAPPELS

EFFORTS INTERNES

Voici une convention de signe usuelle :



EFFORT TRANCHANT

- La réaction en force verticale **retient la partie de gauche de la poutre vers le haut.**
- Elle correspond à un effort interne appelé **effort tranchant.**
- Il est noté **T** (parfois **V**).

EFFORT NORMAL

- La réaction en force horizontale **retient la partie de gauche de la poutre si elle était poussée latéralement**
- Elle correspond à un effort interne appelé **effort normal** (il s'exerce sur la normale de la section)
- Il est noté **N**.

MOMENT FLÉCHISSANT

- Le moment d'encastrement **stabilise la flexion** de la partie gauche de la poutre
- Il correspond à un moment interne appelé **moment fléchissant.**
- Il est noté **M**.

SOMMAIRE – S2-C7 LES ARCS, LES VOÛTES EN BERCEAU ET LES DÔMES

1. Échauffement 10'

2. Rappels 10'

3. Cours 65'

- Les arcs
- La poussée au vide
- Une forme idéale ?
- Les voûtes en berceaux
- Les dômes

4. Bilan 5'

1. Échauffement **10'**

2. **Rappels 10'**

3. Cours **65'**

- a. Les arcs
- b. La poussée au vide
- c. Une forme idéale ?
- d. Les voûtes en berceaux
- e. Les dômes

4. Bilan **5'**

S2-C7 LES ARCS, LES VOÛTES EN BERCEAU ET LES DÔMES

2. RAPPELS

DIAGRAMMES MNT

Afin de **dimensionner** une structure, il faut connaître les endroits les plus sollicités et savoir combien ils sont sollicités.

Diagrammes MNT : diagrammes représentant en tout point de l'élément structurel considéré la valeur du moment fléchissant M , de l'effort normal N et de l'effort tranchant T .

ETAPE 1 : TRACER LE SCHEMA STATIQUE DU PROBLEME

ETAPE 2 : PLACER LES REACTIONS AUX APPUIS ET LES RESOUDRE (CF. COURS DE STATIQUE)

ETAPE 3 : REALISER UNE COUPE POUR CHAQUE CONFIGURATION DIFFERENTE

ETAPE 4 : CHOISIR ET REPRESENTER LA CONVENTION DE SIGNE

ETAPE 5 : TROUVER LES VALEURS DE M , N et T EN TOUT POINT

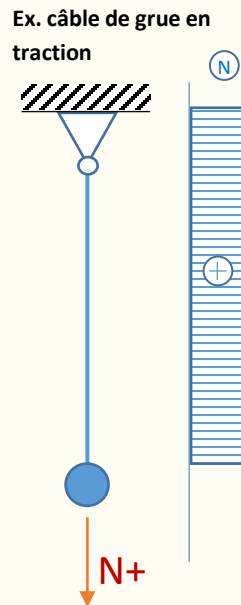
ETAPE 6 : TRACER LES DIAGRAMMES MNT

S2-C7 LES ARCS, LES VOÛTES EN BERCEAU ET LES DÔMES

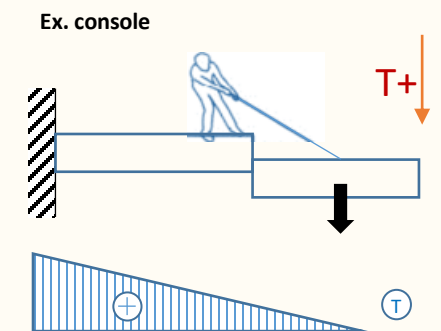
2. RAPPELS

DIAGRAMMES MNT

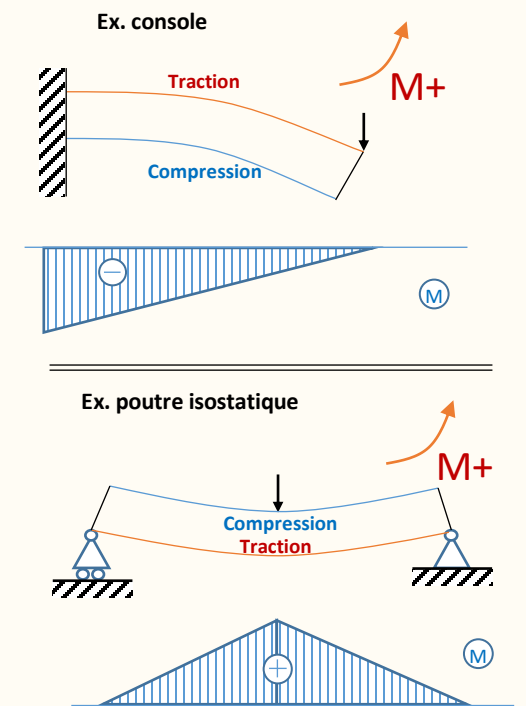
Traction positive



Effort tranchant positif : lutte contre la chute



$M > 0 \rightarrow$ fibres tendues en bas $M < 0 \rightarrow$ fibres tendues en haut



SOMMAIRE – S2-C7 LES ARCS, LES VOÛTES EN BERCEAU ET LES DÔMES

1. Échauffement 10'

2. Rappels 10'

3. Cours 65'

- a. Les arcs
- b. La poussée au vide
- c. Une forme idéale ?
- d. Les voûtes en berceaux
- e. Les dômes

4. Bilan 5'

S2-C7 LES ARCS, LES VOÛTES EN BERCEAU ET LES DÔMES

2. RAPPELS

NOTION DE CONTRAINTE : DIMENSIONNEMENT À L'ELU (ÉLÉMENTS EN FLEXION)

La **contrainte normale** dans la section de la poutre due à la **flexion** vaut donc :

$$\sigma_{N,M} = \frac{M * y}{I_z}$$

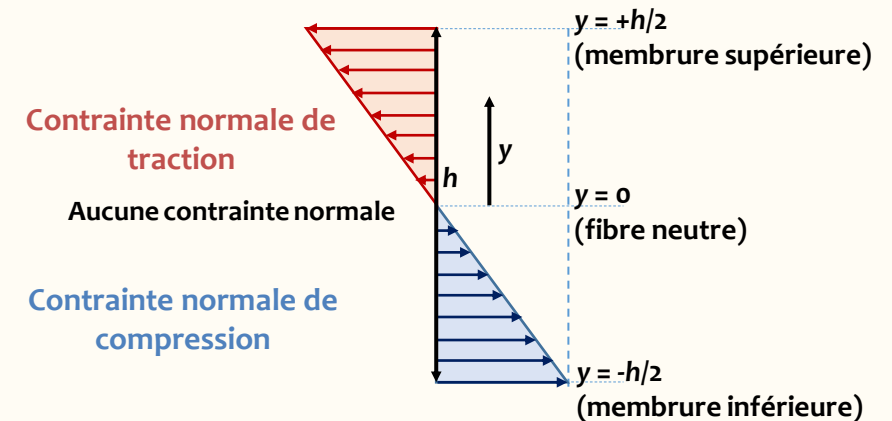
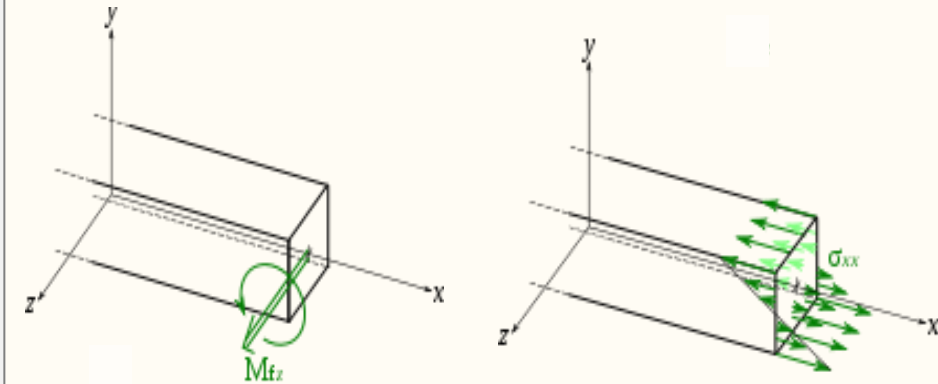
Si le matériaux est **homogène** (ex. : acier), elle est **maximale sur les membrures extérieures** ($y = \pm h/2$).

Ainsi, la contrainte normale de flexion maximale pour une **poutre rectangulaire** ($I = bh^3/12$) vaut :

$$\sigma_{N,M} = \frac{6 * M}{b * h^2}$$

Elle doit rester inférieure à la **limite d'élasticité du matériau**.

Unité : le mégapascal $1 MPa = 1 \frac{N}{mm^2} = 1 \frac{MN}{m^2}$



2. RAPPELS

NOTION DE CONTRAINTE : DIMENSIONNEMENT À L'ELS (ÉLÉMENTS EN FLEXION)

Il s'agit de s'assurer que la **déformation** de l'élément sous **combinaisons de charges ELS** reste **inférieure à une valeur normative**, qui quantifie la **limite de déformation** à partir de laquelle on estime que l'élément **n'assure plus un bon état de service**, et qui est exprimée en **tantième de la portée** (par exemple 1/200^e pour une poutre en acier supportant un plancher normal).

1. Échauffement 10'

2. Rappels 10'

3. Cours 65'

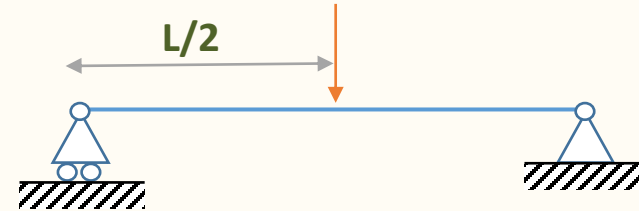
- a. Les arcs
- b. La poussée au vide
- c. Une forme idéale ?
- d. Les voûtes en berceaux
- e. Les dômes

4. Bilan 5'



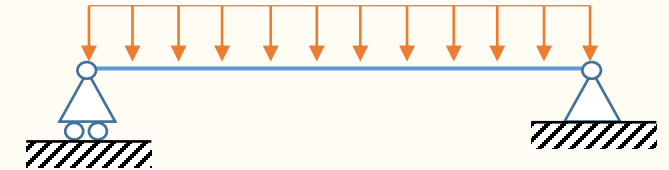
Console avec charge ponctuelle P à l'extrémité :

$$f = \frac{P \cdot L^3}{3 \cdot EI}$$



Poutre isostatique, avec une charge ponctuelle P en son milieu :

$$f = \frac{P \cdot L^3}{48 \cdot EI}$$



Poutre isostatique avec une charge p uniformément répartie :

$$f = \frac{5 \cdot p \cdot L^4}{384 \cdot EI}$$

1. Échauffement 10'

2. Rappels 10'

3. Cours 65'

- a. Les arcs
- b. La poussée au vide
- c. Une forme idéale ?
- d. Les voûtes en berceaux
- e. Les dômes

4. Bilan 5'

S2-C7 LES ARCS, LES VOÛTES EN BERCEAU ET LES DÔMES

Indice E

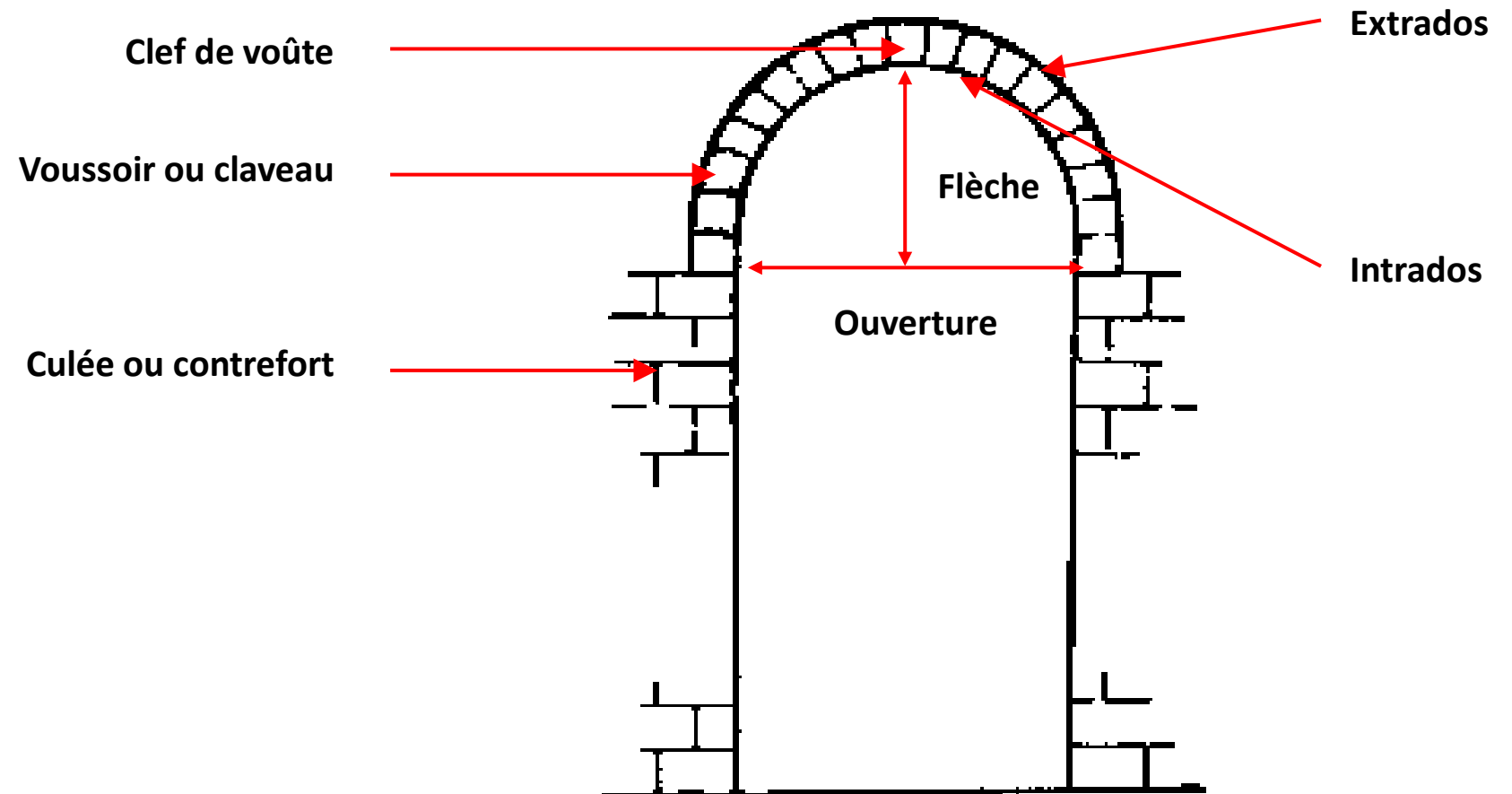
S. EBODE – M. LEYRAL

3.a Les arcs

LES ARCS : PRÉSENTATION

Définition : un arc est un élément plan et courbe (ou en morceaux de courbes) destiné à franchir un espace et reposant sur deux points d'appui.

Vocabulaire (utile au cours) :



1. Échauffement 10'

2. Rappels 10'

3. Cours 65'

- Les arcs
- La poussée au vide**
- Une forme idéale ?
- Les voûtes en berceaux
- Les dômes

4. Bilan 5'

S2-C7 LES ARCS, LES VOÛTES EN BERCEAU ET LES DÔMES

Indice E

S. EBODE – M. LEYRAL

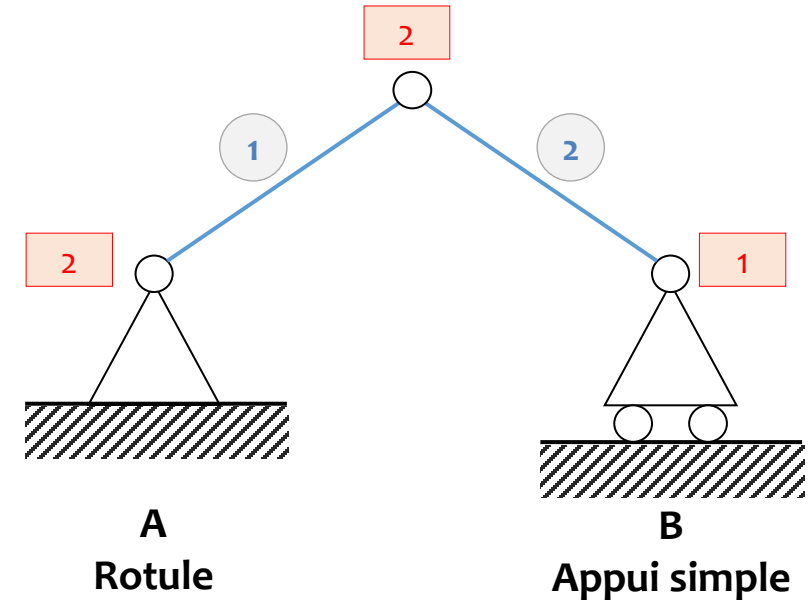
3.b La poussée au vide

LA POUSSÉE AU VIDE : UN PEU DE STATIQUE

Partons d'une **poutre isostatique** et rajoutons un voussoir pour former un arc simplifié.

Calculons le degré de staticité :

$$h = i - n = 5 - 2 \times 3 = -1 : \text{hypostatique, il y a un degré de liberté}$$



S2-C7 LES ARCS, LES VOÛTES EN BERCEAU ET LES DÔMES

3.b La poussée au vide

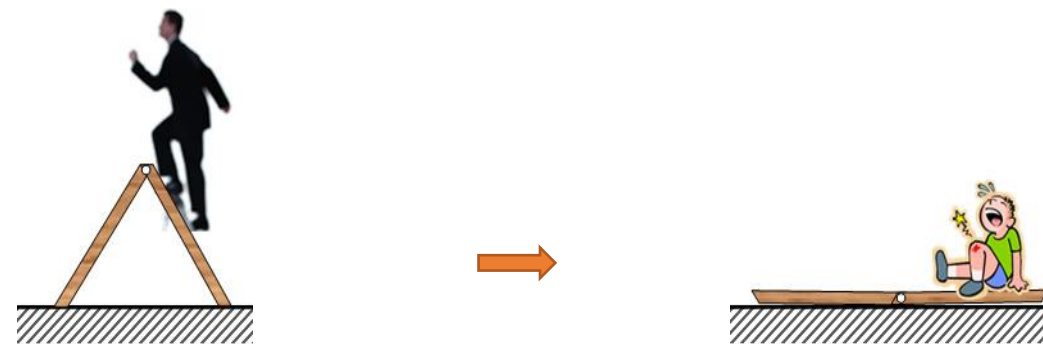
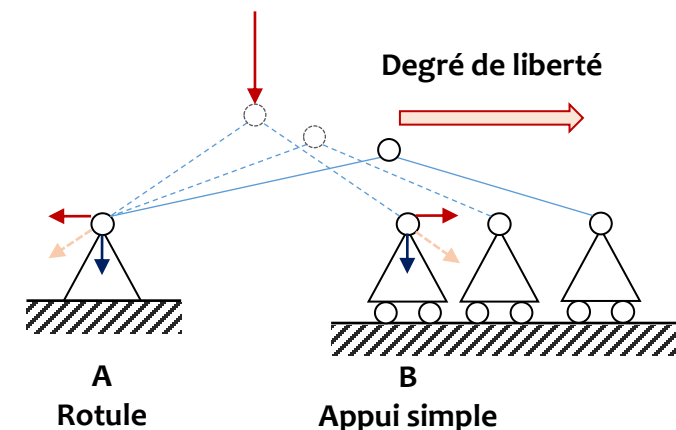
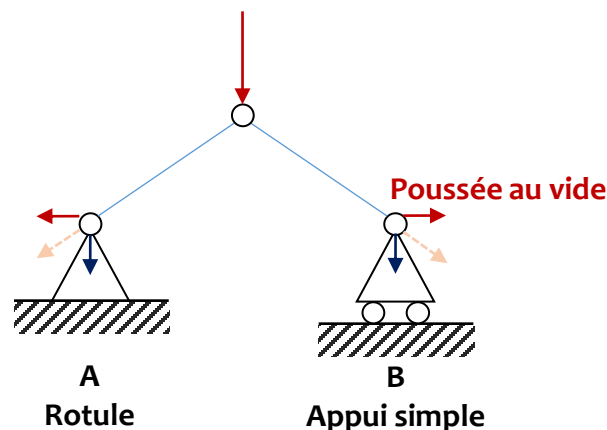
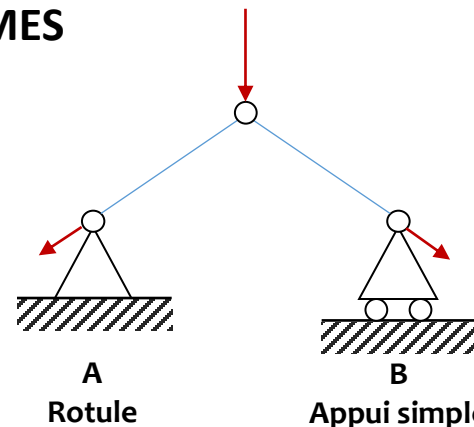
LA POUSSÉE AU VIDE : UN PEU DE STATIQUE

En effet, si une charge est appliquée à l'arc, elle mettra ses deux jambes en **compression**, via un **effort normal** (= incliné dans le sens de chaque jambe).

Cette force se décompose en la somme d'une **composante verticale** et d'une **horizontale**.

La composante verticale est reprise par le sol.

La force horizontale est appelée **poussée au vide**, si l'arc est sur appui simple, il va glisser : il faut donc **équilibrer** cette force !



Exemple de l'escabelle (source : *Comment tout ça tient ?*, Michel Provost & Philippe de Kemmeter)

SOMMAIRE – S2-C7 LES ARCS, LES VOÛTES EN BERCEAU ET LES DÔMES

1. Échauffement 10'
2. Rappels 10'
3. Cours 65'
 - a. Les arcs
 - b. La poussée au vide
 - c. Une forme idéale ?
 - d. Les voûtes en berceaux
 - e. Les dômes
4. Bilan 5'

1. Échauffement 10'

2. Rappels 10'

3. Cours 65'

- a. Les arcs
- b. **La poussée au vide**
- c. Une forme idéale ?
- d. Les voûtes en berceaux
- e. Les dômes

4. Bilan 5'

S2-C7 LES ARCS, LES VOÛTES EN BERCEAU ET LES DÔMES

3.b La poussée au vide

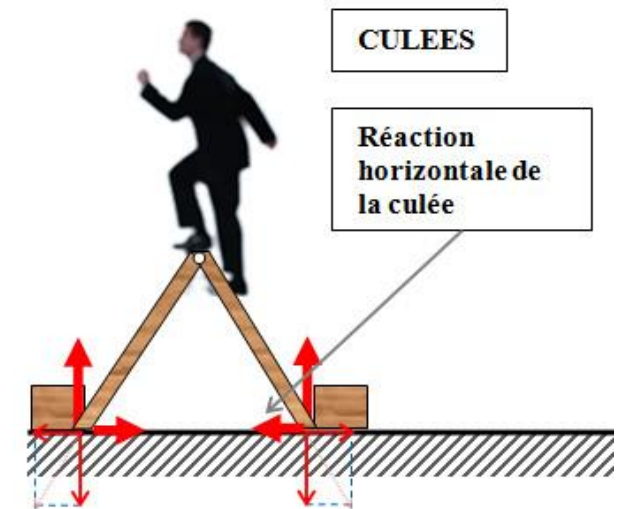
LA POUSSÉE AU VIDE : LES CULÉES ET CONTREFORTS

Contreforts et culées

Première méthode : « mettre des cales », comme si quelqu'un tient l'escabeau.

Ces cales en architecture sont des **culées** ou **contreforts**.

Pour l'**arc roman**, en **plein cintre** (demi-cercle), la poussée au vide est importante : nécessité de **contreforts massifs** en pierre.



Chapelle Notre-Dame-du-Revest, Var, France, XII^e siècle

1. Échauffement 10'
2. Rappels 10'
3. Cours 65'
 - a. Les arcs
 - b. La poussée au vide
 - c. Une forme idéale ?
 - d. Les voûtes en berceaux
 - e. Les dômes
4. Bilan 5'

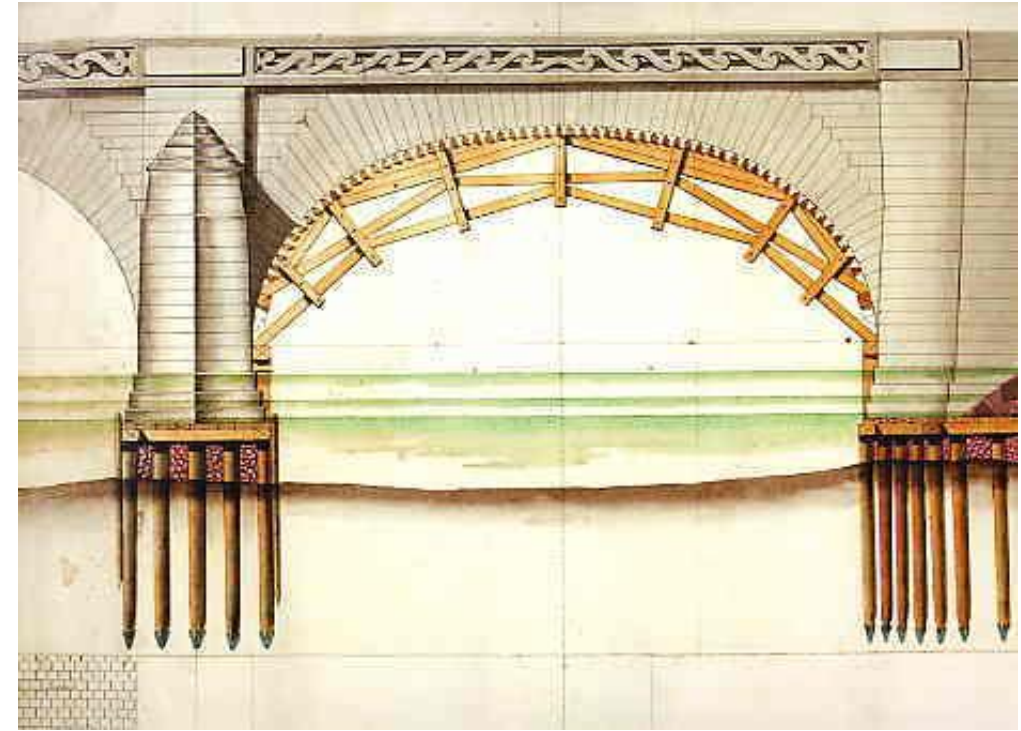
S2-C7 LES ARCS, LES VOÛTES EN BERCEAU ET LES DÔMES

3.b La poussée au vide

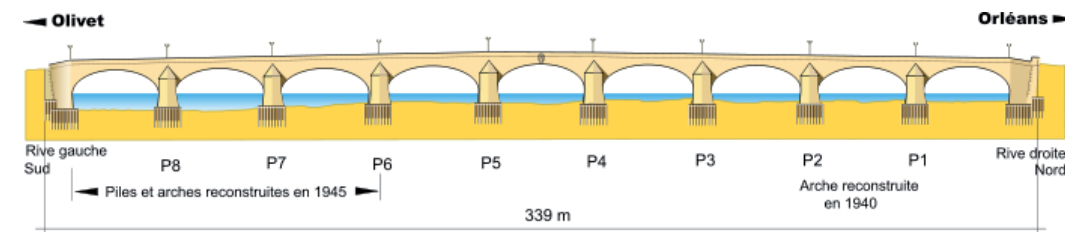
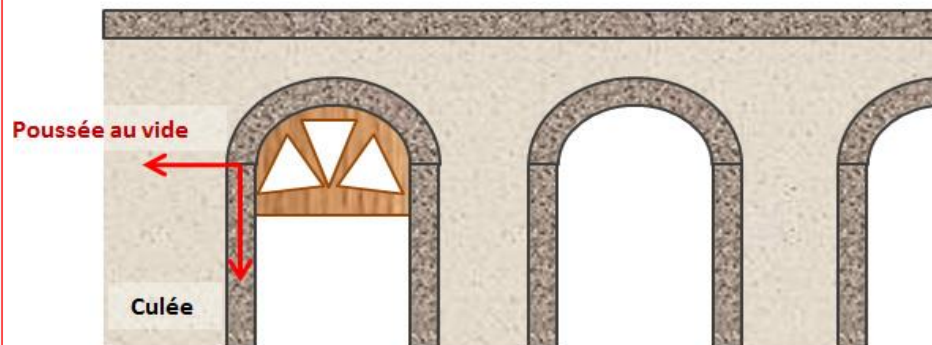
LA POUSSÉE AU VIDE : LES CULÉES ET CONTREFORTS

Pour la construction des **ponts en voûtes**, constitués de nombreux arcs, on utilise des **cintres** (coffrage des arcs) qui sont des **ouvrages complexes et très onéreux**.

Pour économiser le cintre, il faut **réaliser les voûtes une à une** (récupération du cintre pour la voûte suivante). Chaque voûte doit alors être stable par elle-même : un grande largeur de pierres est requise entre deux voûtes pour reprendre la poussée au vide de chacune des voûtes. La règle au XVIIIe siècle : la pile a pour épaisseur le **cinquième** de l'ouverture des arcs.



Cintres du pont de Cessart à Saumur.



Pont Royal, actuellement pont George V, à Orléans, construit de 1751 à 1753 suivant le projet de Jean Hupeau, achevé par Jean-Rodolphe Perronet.

1. Échauffement 10'
2. Rappels 10'
3. Cours 65'
 - a. Les arcs
 - b. La poussée au vide
 - c. Une forme idéale ?
 - d. Les voûtes en berceaux
 - e. Les dômes
4. Bilan 5'

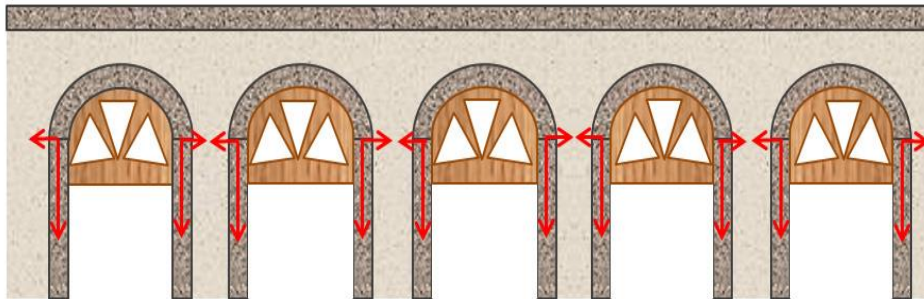
S2-C7 LES ARCS, LES VOÛTES EN BERCEAU ET LES DÔMES

3.b La poussée au vide

LA POUSSÉE AU VIDE : LES CULÉES ET CONTREFORTS

Jean-Rodolphe Perronet, fondateur de l'École des Ponts et Chaussées, préfère la **construction simultanée** de toutes les voûtes (pour le pont de Neuilly, 1772).

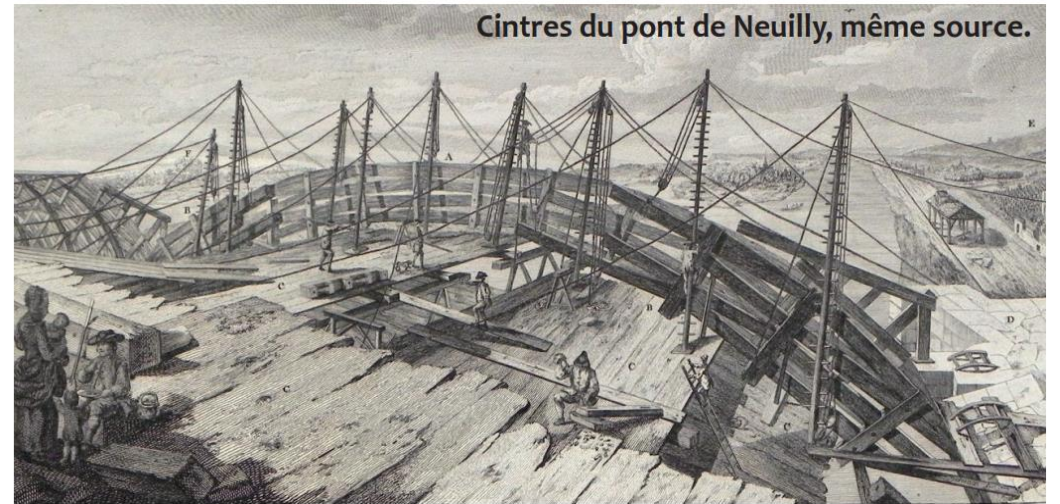
Ainsi la poussée au vide d'une voûte était équilibrée par la poussée dans l'autre sens de sa voisine. **Chaque voûte s'appuie sur la suivante.** Les piles des ponts devinrent beaucoup plus fines : épaisseur d'un neuvième ($1/8,7^e$) de l'ouverture de l'arc.



Pont de Neuilly après le décintrement simultané, *Description des projets et de la construction des ponts de Neuilly, de Mantes, d'Orléans & autres (...)*, Paris, Imprimerie royale, 1782-83.



Cintres du pont de Neuilly, même source.



Le décintrement du pont de Neuilly, le 22 septembre 1772 par Hubert Robert

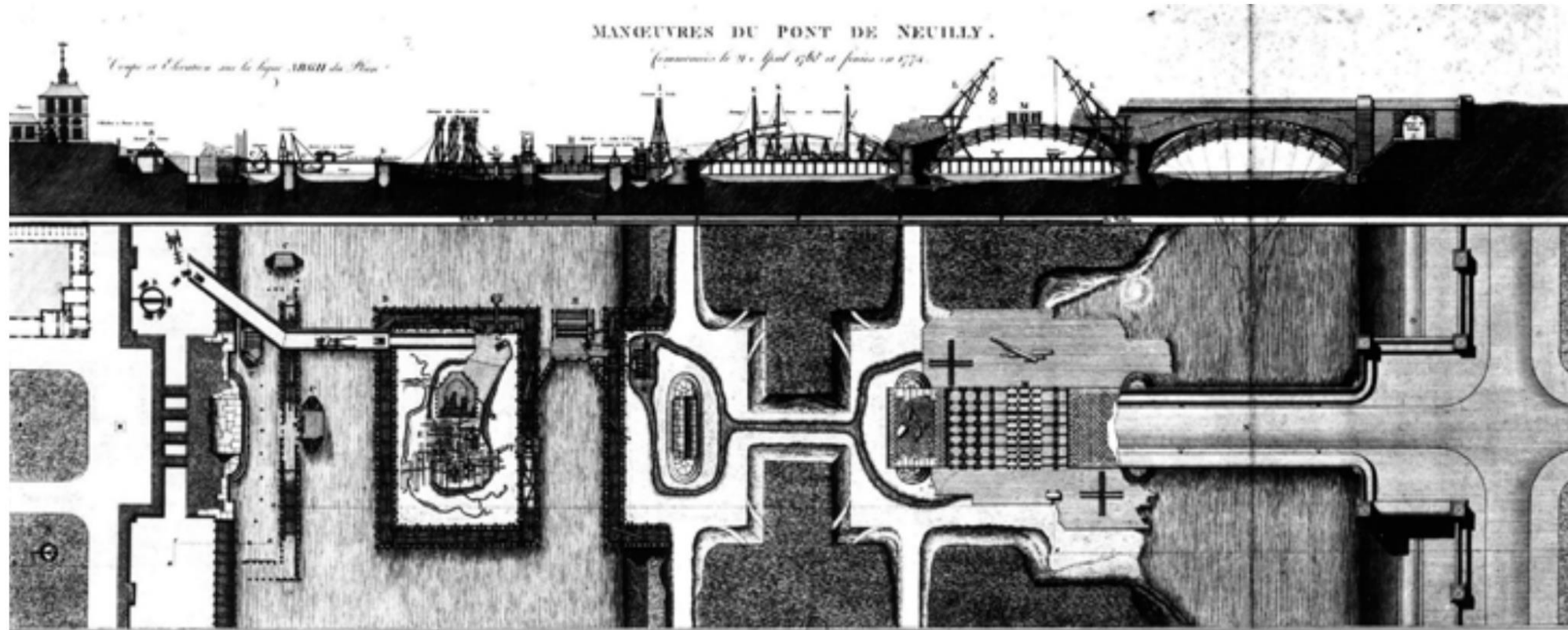


1. Échauffement **10'**
2. Rappels **10'**
3. Cours **65'**
 - a. Les arcs
 - b. La poussée au vide**
 - c. Une forme idéale ?
 - d. Les voûtes en berceaux
 - e. Les dômes
4. Bilan **5'**

3.b La poussée au vide

LA POUSSÉE AU VIDE : LES CULÉES ET CONTREFORTS

Cela permet de réaliser les ponts avec des **arcs surbaissés** pour enjamber des rivières dans des paysages assez plats.



« Manceuvres du pont de Neuilly » : planche récapitulant la progression du chantier (BnF). Photo : Jean-Bernard Vialles

1. Échauffement 10'
2. Rappels 10'
3. Cours 65'
 - a. Les arcs
 - b. La poussée au vide
 - c. Une forme idéale ?
 - d. Les voûtes en berceaux
 - e. Les dômes
4. Bilan 5'

S2-C7 LES ARCS, LES VOÛTES EN BERCEAU ET LES DÔMES

3.b La poussée au vide

LA POUSSÉE AU VIDE : LE RÔLE DE LA FORME DE L'ARC

Les arcs brisés gothiques, en **ogive**, sont plus hauts que les arcs romans en plein cintre. Cette forme permet une charge oblique à la base de l'arc plus verticale : la composante horizontale est plus faible. On peut alors faire des contreforts plus fins, voire les évider en créant des **arcs-boutants** qui reprennent la poussée au vide.

*Vidéo à voir : C'est pas sorcier
Bâtisseurs de cathédrale*

<https://www.youtube.com/watch?v=152Yprx1WDS>



1. Échauffement 10'

2. Rappels 10'

3. Cours 65'

- a. Les arcs
- b. La poussée au vide
- c. Une forme idéale ?
- d. Les voûtes en berceaux
- e. Les dômes

4. Bilan 5'

S2-C7 LES ARCS, LES VOÛTES EN BERCEAU ET LES DÔMES

Indice E

S. EBODE – M. LEYRAL

3.b La poussée au vide

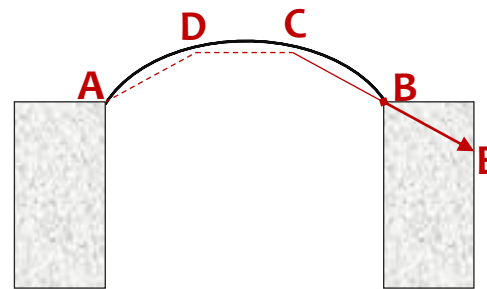
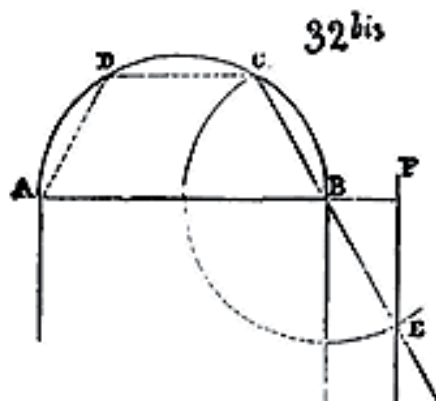
LA POUSSÉE AU VIDE : LE RÔLE DE LA FORME DE L'ARC

Méthode empirique de dimensionnement des culées en fonction de la poussée au vide selon Viollet-le-Duc (Dictionnaire Raisoné de l'Architecture française, Tome 4 « Construction », p. 64) :

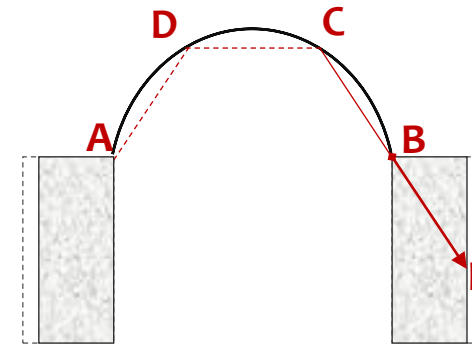
L'arc est divisé en trois secteurs égaux (AD, CD et CB). Les segments aux extrémités (AD et CB) sont prolongés selon la même direction et sur la même longueur (BE pour la culée de droite).

Le segment obtenu donne l'épaisseur de la culée nécessaire.

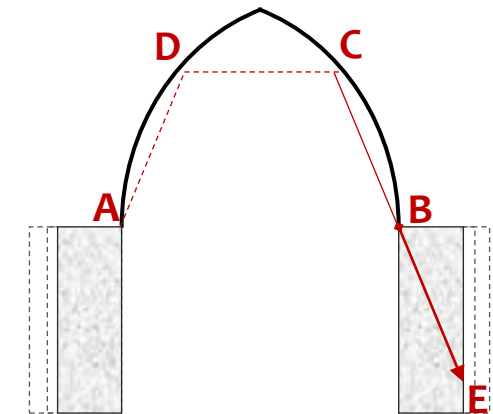
On voit qu'on peut faire des contreforts plus fins avec les arc gothique, voire évider les contreforts en créant des **arcs-boutants** qui reprennent la poussée au vide.



Arc
surbaissé



Arc en plein
cintre



Arc en ogive

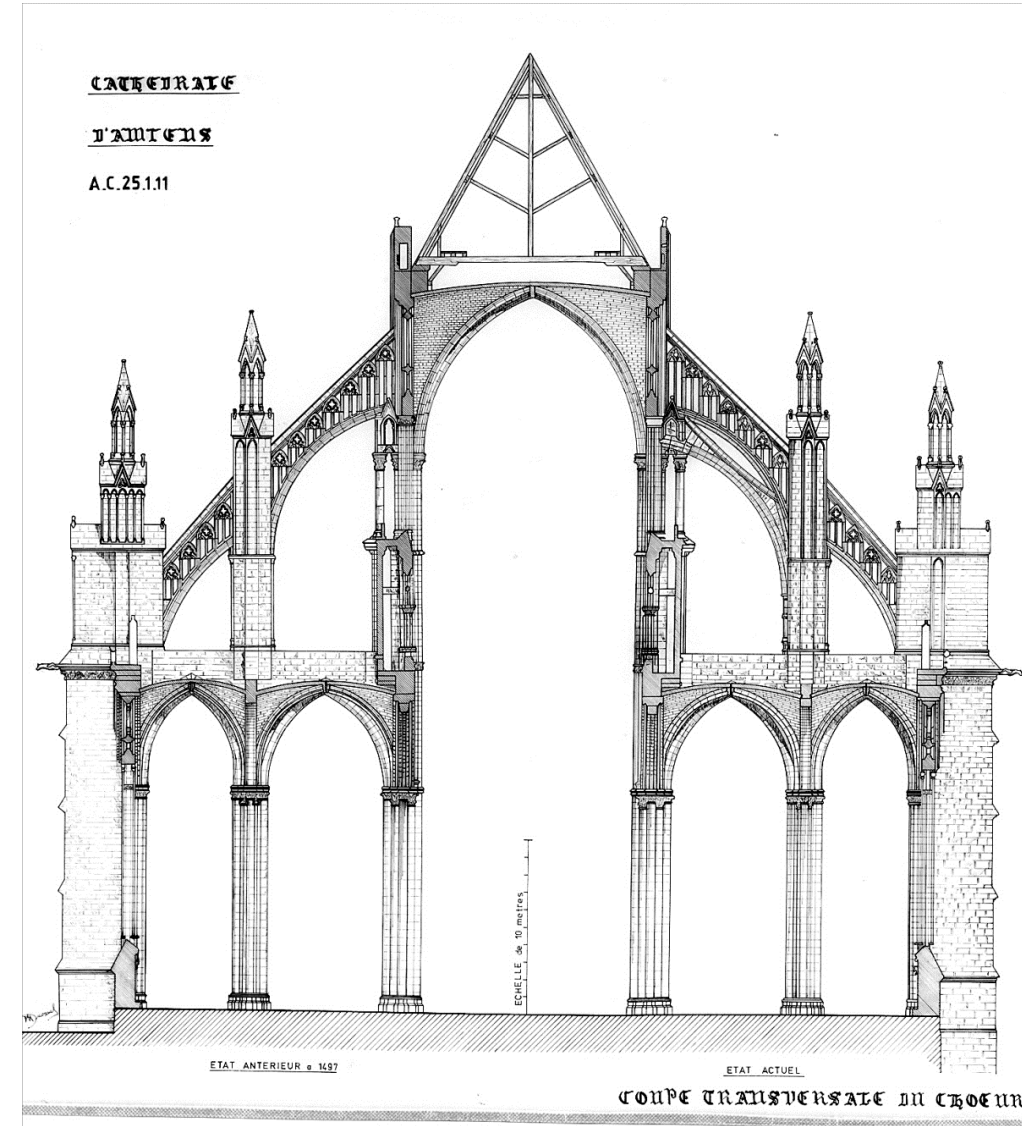
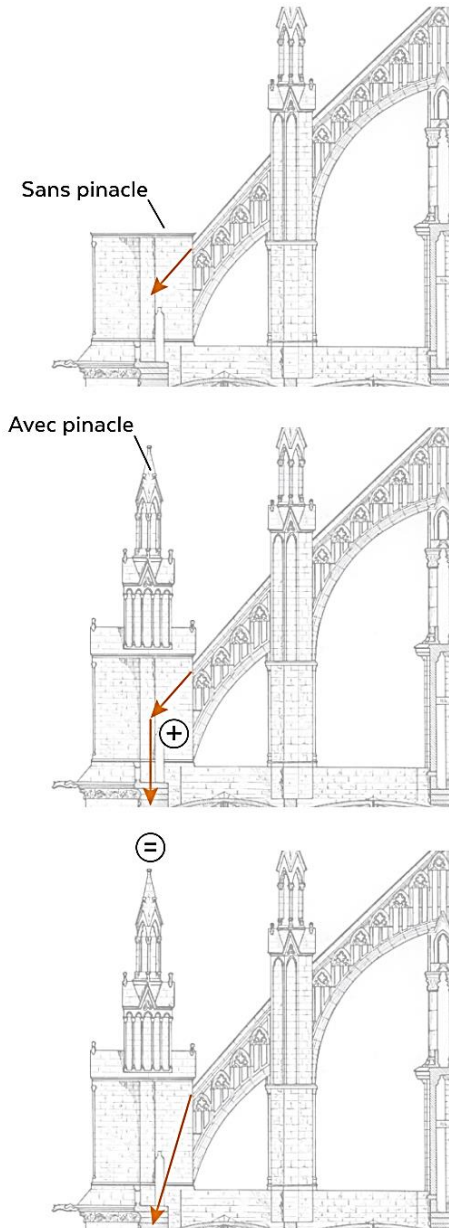
1. Échauffement 10'
2. Rappels 10'
3. Cours 65'
 - a. Les arcs
 - b. La poussée au vide
 - c. Une forme idéale ?
 - d. Les voûtes en berceaux
 - e. Les dômes
4. Bilan 5'

3.b La poussée au vide

**CONTREFORTS :
D'AUTRES ASTUCES...**

En rajoutant une forte masse, appelée pinacle, à la base de l'arc, la force apportée par le poids pouvait également redresser la composante verticale.

Note : Cette explication répandue est en réalité tellement simplifiée qu'elle en est presque inexacte : l'utilité principale du pinacle est d'améliorer le non-glissement (frottements entre les lits) et le non-basculement (cf. calcul d'un barrage poids) entre les lits de pierre, surtout en tête du contrefort qui est peu chargé sans le pinacle.



Coupe du cœur de la cathédrale gothique d'Amiens présente : à gauche le projet tel qu'il fut bâti vers 1260, à droite l'intervention de renforcement de 1497.

1. Échauffement 10'
2. Rappels 10'
3. Cours 65'
 - a. Les arcs
 - b. La poussée au vide
 - c. Une forme idéale ?
 - d. Les voûtes en berceaux
 - e. Les dômes
4. Bilan 5'

S2-C7 LES ARCS, LES VOÛTES EN BERCEAU ET LES DÔMES

3.b La poussée au vide

CULÉES : D'AUTRES ASTUCES...

Parfois, les culées sont naturelles : il s'agit des montagnes ou des massifs d'appuis des ponts par exemple.

Le pont de la Salgina de Robert Maillard en est un bon exemple : les appuis du pont sont des rotules, directement (ou presque) fixées dans la montagne. Les pans de montagne jouent le rôle de culées.



1. Échauffement 10'
2. Rappels 10'
3. Cours 65'
 - a. Les arcs
 - b. La poussée au vide
 - c. Une forme idéale ?
 - d. Les voûtes en berceaux
 - e. Les dômes
4. Bilan 5'

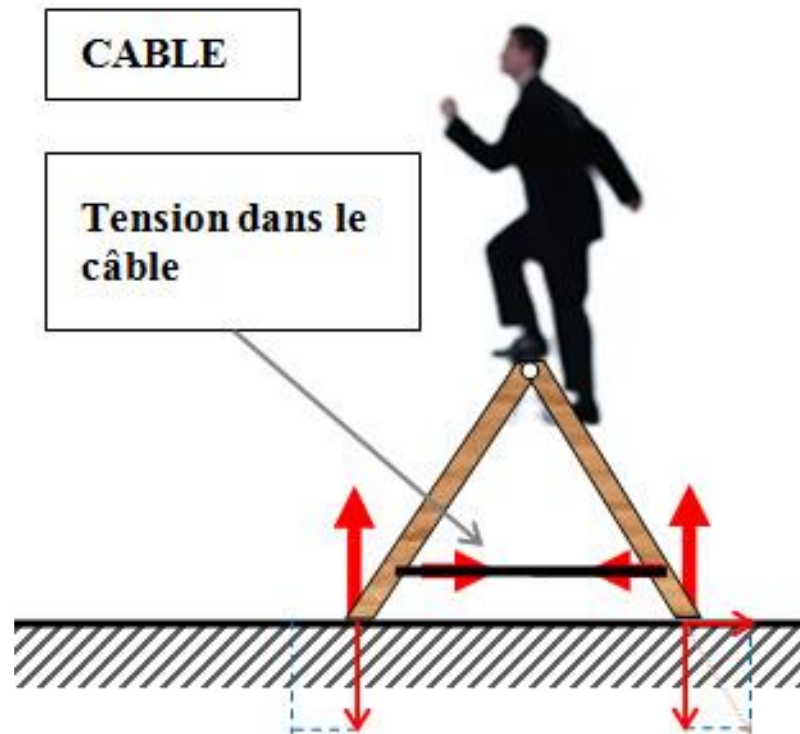
S2-C7 LES ARCS, LES VOÛTES EN BERCEAU ET LES DÔMES

3.b La poussée au vide

LA POUSSÉE AU VIDE : LES TIRANTS

Il manque à notre escabeau une pièce qui existe sur la plupart d'entre eux : une barre métallique reliant chaque pied et les empêchant de s'ouvrir.

Une autre solution pour reprendre les poussées au vide consiste donc à relier les pieds de l'arc par un **tirant**. En se mettant en **tension**, il est alors capable de reprendre les poussées au vide



Église Santa Maria dell'Arco

1. Échauffement 10'
2. Rappels 10'
3. Cours 65'
 - a. Les arcs
 - b. La poussée au vide
 - c. Une forme idéale ?
 - d. Les voûtes en berceaux
 - e. Les dômes
4. Bilan 5'

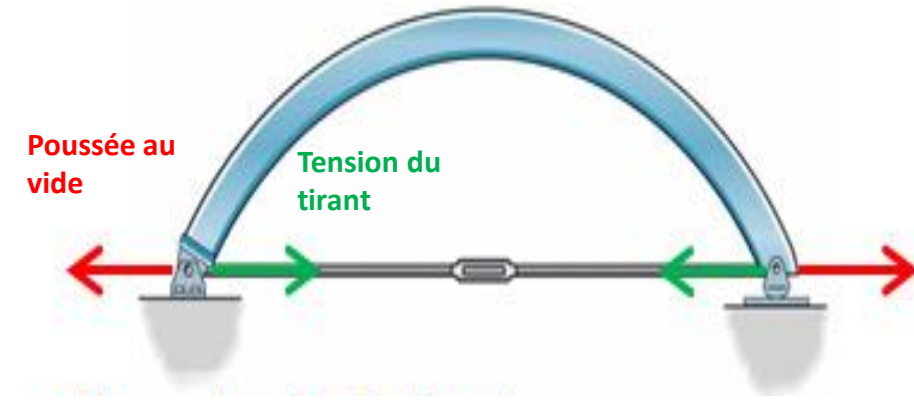
S2-C7 LES ARCS, LES VOÛTES EN BERCEAU ET LES DÔMES

3.b La poussée au vide

LA POUSSÉE AU VIDE : LES TIRANTS

Cette solution est ingénieusement utilisée pour les **ponts Bow String** : le tablier joue le rôle de tirant, on fait d'une pierre deux coups : **l'arc supporte le poids du tablier**, élément de franchissement, et en retour **le tablier équilibre les poussées de l'arc**.

Contrairement aux ponts à culées, les ponts Bow String sont **autostables**. Ils peuvent être fabriqués en atelier et transportés tels quels sur site, sur un bateau par exemple.



Pont de Coppenaxfort



Transport fluvial du pont Raymond-Barre (Lyon)

1. Échauffement 10'
2. Rappels 10'
3. Cours 65'
 - a. Les arcs
 - b. La poussée au vide
 - c. Une forme idéale ?
 - d. Les voûtes en berceaux
 - e. Les dômes
4. Bilan 5'

S2-C7 LES ARCS, LES VOÛTES EN BERCEAU ET LES DÔMES

3.b La poussée au vide

LE FONCTIONNEMENT DES ARCS

Un ouvrage en arc bow-string fonctionne comme une poutre :

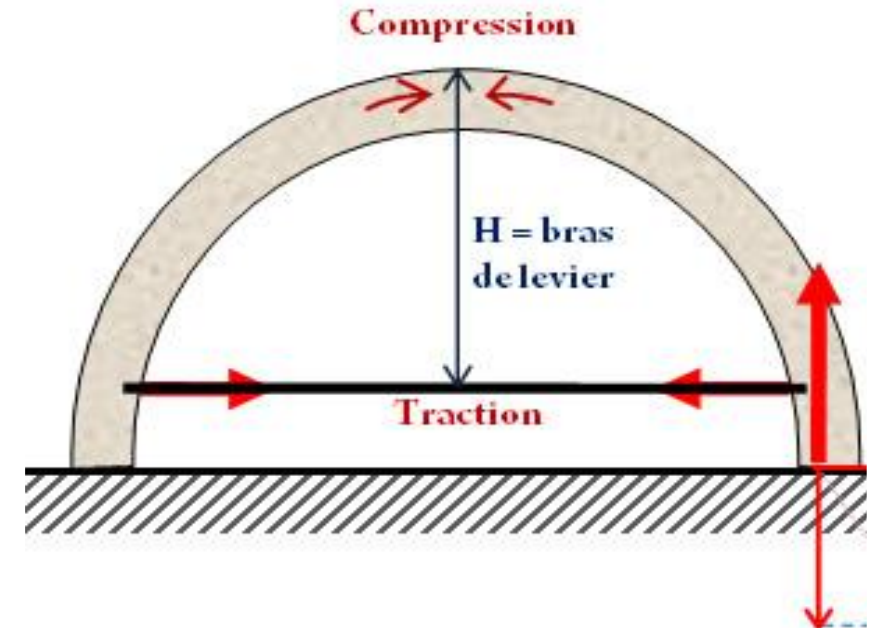
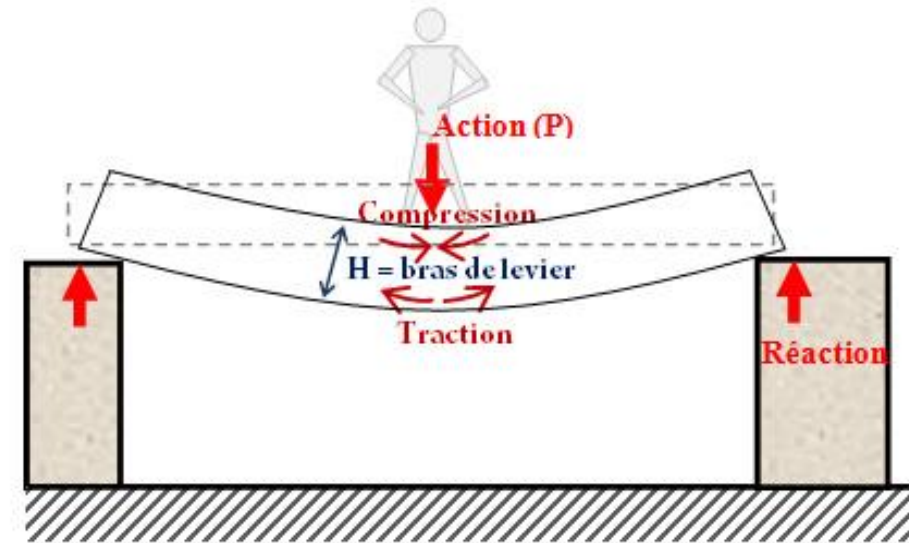
- Par la compression dans l'arc (en haut)
- Et la traction dans le tirant (en bas)

L'arc et le tirant, décalés de la hauteur de l'arc, induisant un moment stabilisant qui s'oppose à la flexion.

La hauteur de l'arc étant bien plus importante que la hauteur possible d'une poutre, le moment stabilisant est beaucoup plus important : ainsi, pour franchir une grande portée, un arc sera beaucoup plus efficace (c'est-à-dire rigide) qu'une poutre.

Avantage : la flexion d'une poutre provoque des efforts de compression et de traction qui sont parfois difficile à gérer avec le même matériau, en les dissociant, on peut associer à chaque comportement le matériau qui lui convient le mieux.

Ainsi l'arc en compression peut être en pierre ou en béton et le tirant en traction en métal !



1. Échauffement 10'
2. Rappels 10'
3. Cours 65'
 - a. Les arcs
 - b. La poussée au vide
 - c. Une forme idéale ?
 - d. Les voûtes en berceaux
 - e. Les dômes
4. Bilan 5'

S2-C7 LES ARCS, LES VOÛTES EN BERCEAU ET LES DÔMES

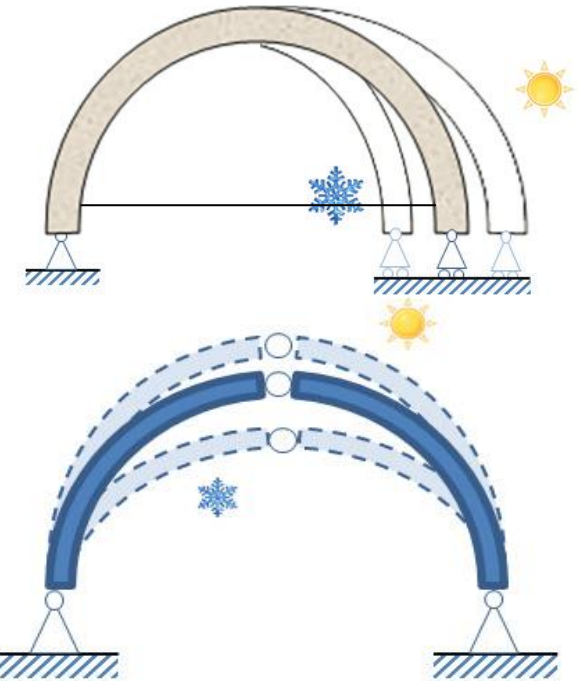
3.b La poussée au vide

ET LA DILATATION ?

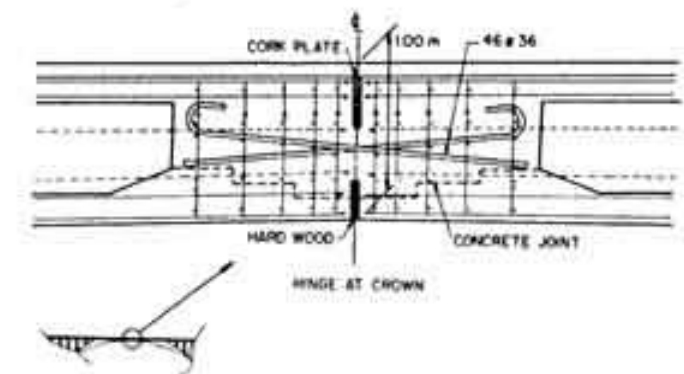
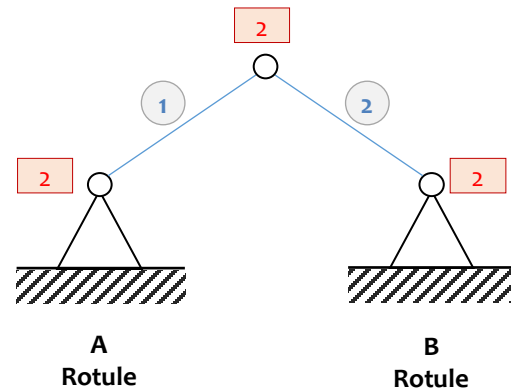
Pour un arc autostable type Bow-string, on peut le mettre entre une rotule et un appui glissant (comme une poutre).

Si l'arc n'est pas autostable, ses poussées au vide reprises par des culées, il faut réaliser des arcs à **trois articulations** : en plus des deux rotules aux appuis, il y a une troisième rotule au sommet de l'arc qui permet le mouvement et donc au pont de se dilater ou de se contracter.

Le système est bien **isostatique** : $h = i - n = 3 \times 2 - 2 \times 3 = 0$



Pont et dispositif constructif de la troisième rotule par Robert Maillard :



Semi-articulation de Mesnager + Articulation de Freyssinet

1. Échauffement 10'
2. Rappels 10'
3. Cours 65'
 - a. Les arcs
 - b. La poussée au vide
 - c. Une forme idéale ?
 - d. Les voûtes en berceaux
 - e. Les dômes
4. Bilan 5'

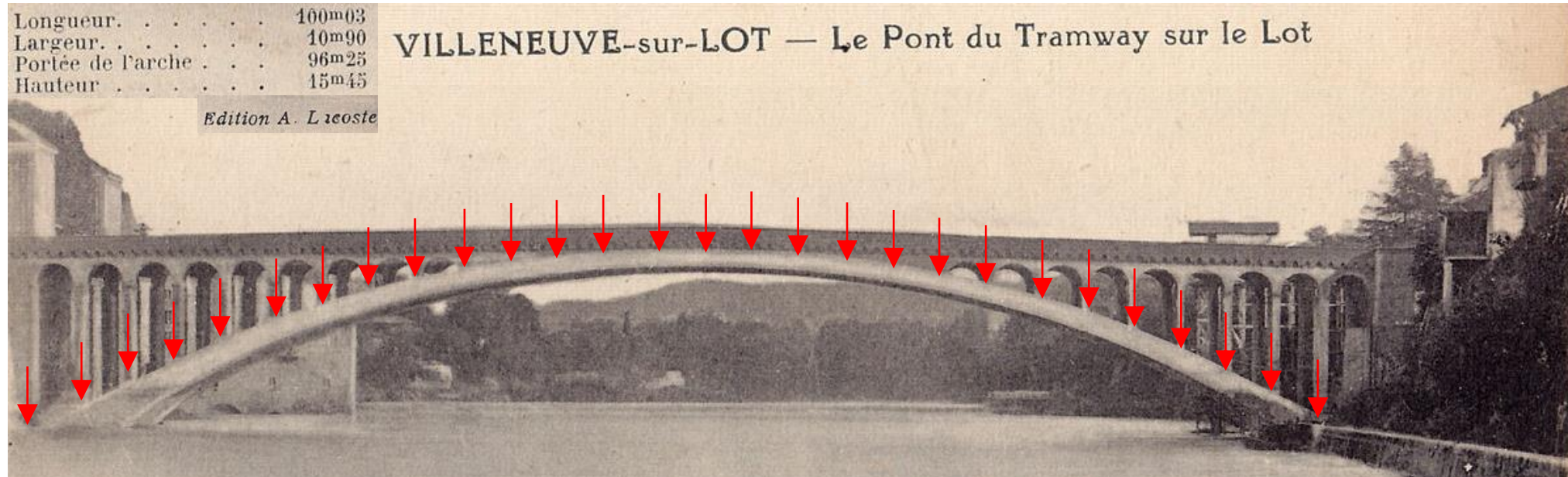
S2-C7 LES ARCS, LES VOÛTES EN BERCEAU ET LES DÔMES

3.c Une forme idéale ?

QUELLE EST LA FORME IDÉALE DE L'ARC ?

Il n'y a pas de forme idéale intrinsèque à un arc :
elle dépend du chargement auquel il est soumis.

Pour un chargement donné (par ex. uniformément réparti), il existe une **forme idéale** à l'arc qui assure que l'arc entier est en compression : le **funiculaire des forces**



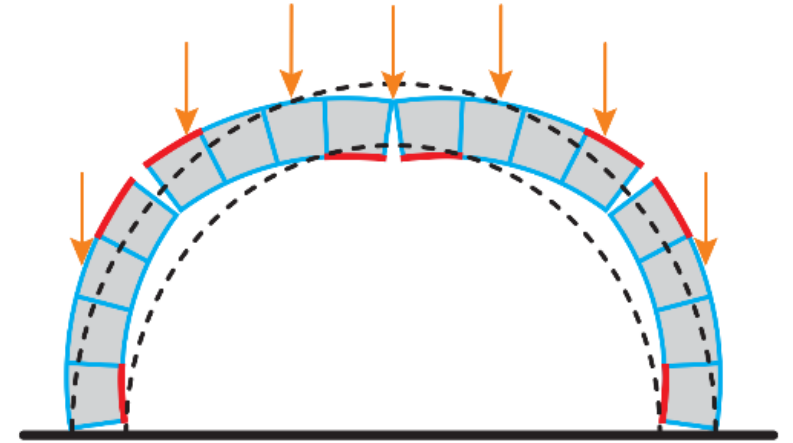
1. Échauffement 10'
2. Rappels 10'
3. Cours 65'
 - a. Les arcs
 - b. La poussée au vide
 - c. Une forme idéale ?
 - d. Les voûtes en berceaux
 - e. Les dômes
4. Bilan 5'

S2-C7 LES ARCS, LES VOÛTES EN BERCEAU ET LES DÔMES

3.c Une forme idéale ?

UNE NÉCESSAIRE COMPRESSION...

Si l'arc n'est pas entièrement en compression, et s'il est réalisé en blocs de pierre, liés avec un mortier peu résistant à la traction, alors les voussoirs se désolidariseraient et l'arc s'écroulerait.



Comment les constructeurs s'assuraient-ils que les arcs restent en compression ?

L'empirisme reste la seule méthode existante jusqu'à la découverte du **funiculaire des forces**.

Il s'agit de répondre à cette question posée par Bernard Forest Bélidor en 1725 dans son livre *De la Mécanique des Voûtes* :

« **PROBLÈME** : Trouver quelle est la courbe qu'il conviendrait de donner à une Voûte, pour que tous les voussoirs, étant égaux en pesanteur, soient en équilibre. »

Bélidor résout ce problème en étudiant une chaînette.

1. Échauffement 10'
2. Rappels 10'
3. Cours 65'
 - a. Les arcs
 - b. La poussée au vide
 - c. Une forme idéale ?
 - d. Les voûtes en berceaux
 - e. Les dômes
4. Bilan 5'

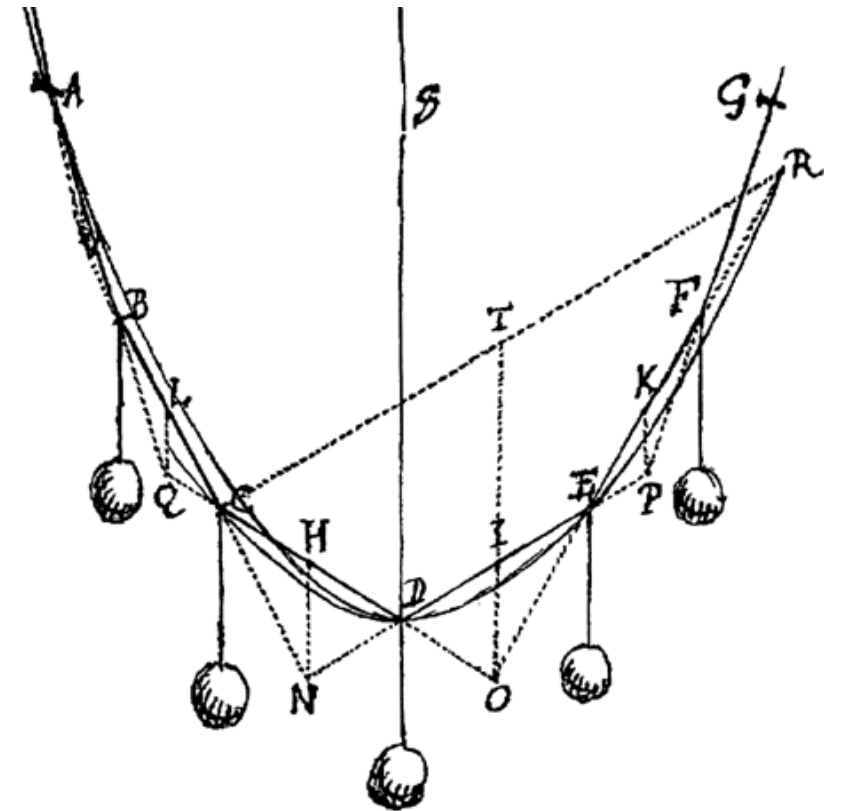
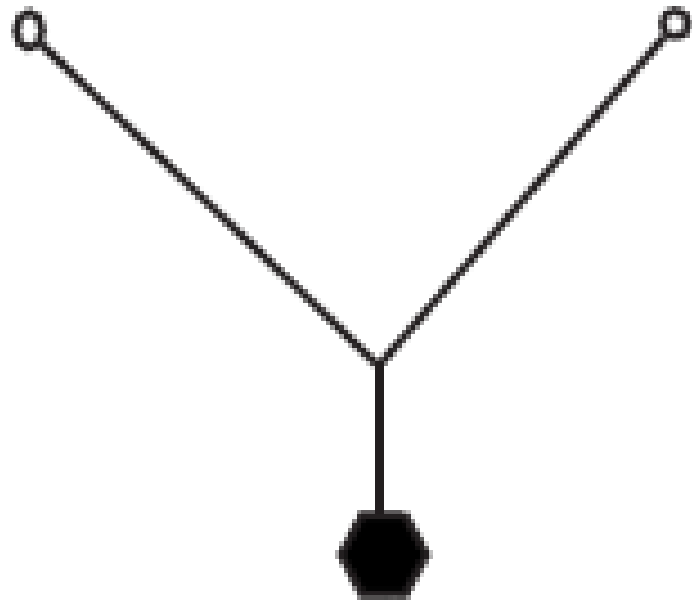
S2-C7 LES ARCS, LES VOÛTES EN BERCEAU ET LES DÔMES

3.c Une forme idéale ?

LE FUNICULAIRE DES FORCES

Expérience de la **chaînette** : Si nous mettons un **poids** sur la **chaînette**, celle-ci **se tend** et prend une forme triangulaire. Si nous rajoutons de nombreux poids, la chaînette devient uniformément chargée sur la longueur de l'arc et prend une forme particulière : celle d'un **cosinus hyperbolique**.

Dans le cas d'un chargement linéairement réparti entre les pieds de l'arc (comme sur le tablier d'un pont), la forme devient **parabolique**.



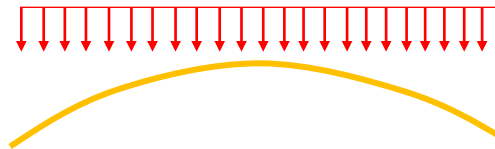
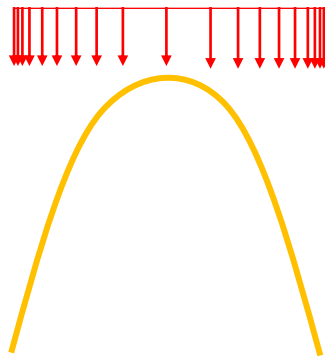
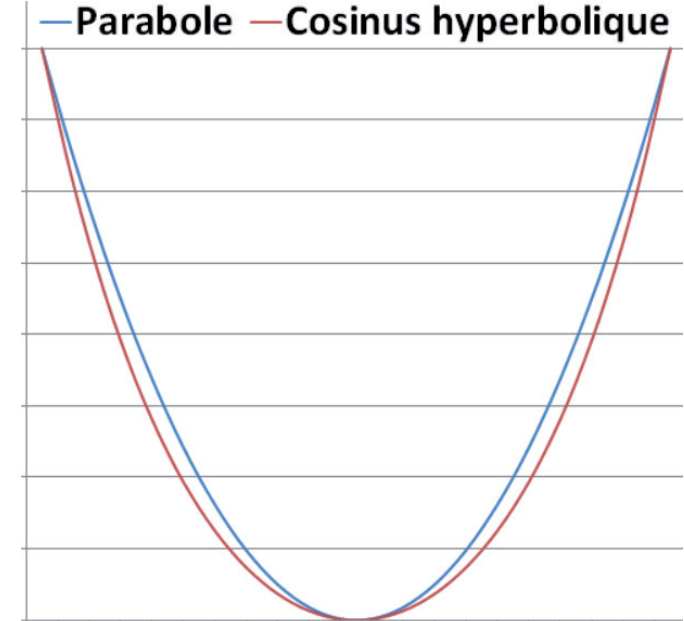
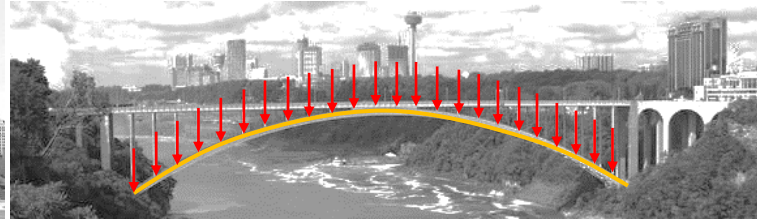
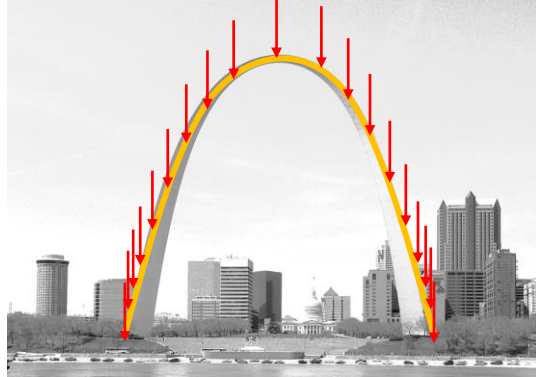
S2-C7 LES ARCS, LES VOÛTES EN BERCEAU ET LES DÔMES

3.c Une forme idéale ?

LE FUNICULAIRE DES FORCES

Remarque : Galilée pensait que la chaînette était parabolique.

En 1691, Huygens, Leibniz et Bernouilli prouvèrent simultanément (ils répondaient à un défi lancé par Bernouilli) qu'il s'agissait d'un cosinus hyperbolique.



▲ Charge linéairement répartie sur l'ouverture de l'arc :

PARABOLE

Exemple : Pont Rainbow (chutes du Niagara)

◀ Charge uniformément répartie sur la longueur de l'arc :

COSINUS HYPERBOLIQUE

Exemple : Gateway Arch à Saint-Louis (États-Unis)

SOMMAIRE – S2-C7 LES ARCS, LES VOÛTES EN BERCEAU ET LES DÔMES

1. Échauffement 10'

2. Rappels 10'

3. Cours 65'

- Les arcs
- La poussée au vide
- Une forme idéale ?**
- Les voûtes en berceaux
- Les dômes

4. Bilan 5'

1. Échauffement 10'
2. Rappels 10'
3. Cours 65'
 - a. Les arcs
 - b. La poussée au vide
 - c. Une forme idéale ?
 - d. Les voûtes en berceaux
 - e. Les dômes
4. Bilan 5'

S2-C7 LES ARCS, LES VOÛTES EN BERCEAU ET LES DÔMES

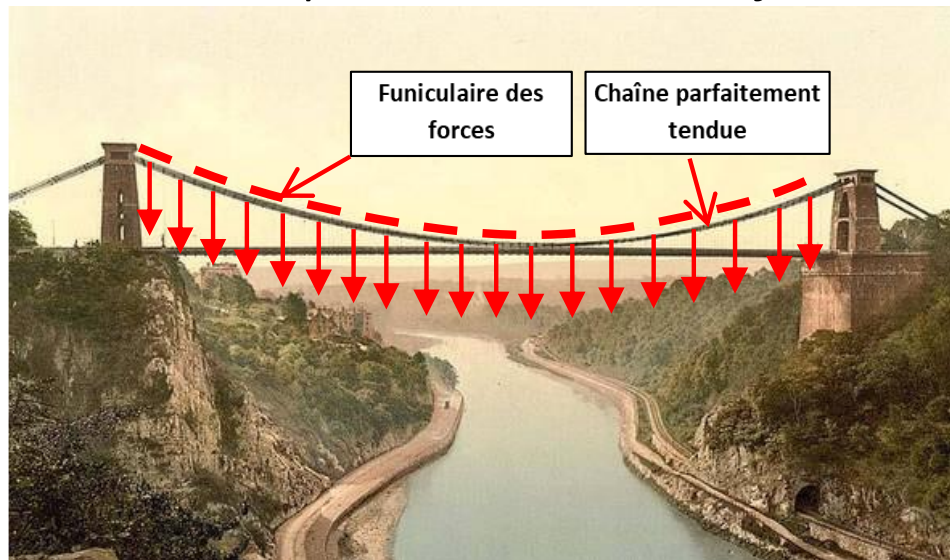
3.c Une forme idéale ?

L'ANTIFUNICULAIRE DES FORCES

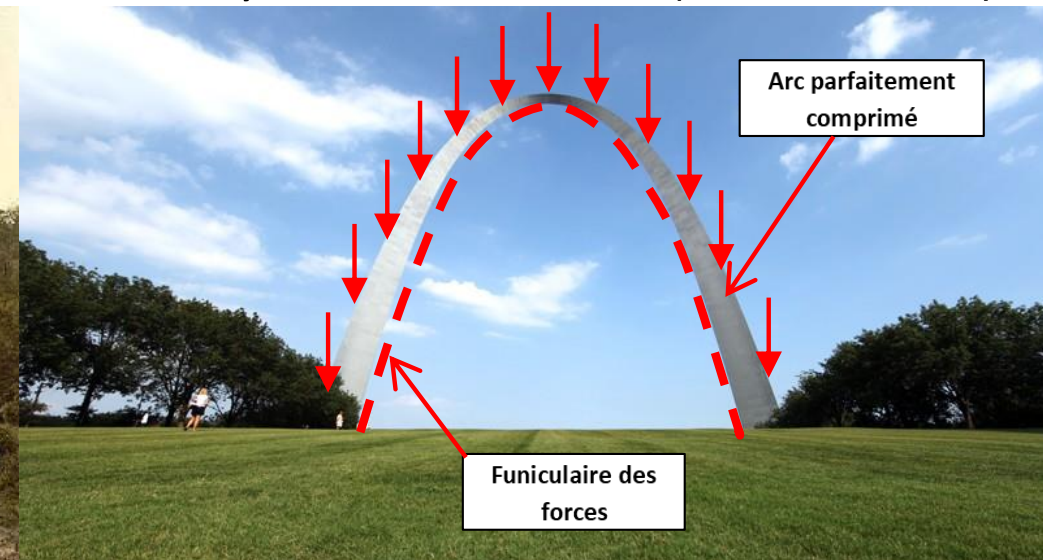
Une chaînette travaillant nécessairement en **traction** (pas de compression dans un câble sans rigidité), alors si on applique une force opposée à un arc ayant la même forme mais symétrique par rapport à l'horizontale, celui-ci sera nécessairement en compression.

Si la chaînette prend une certaine forme lorsqu'elle est tirée uniformément, alors si on la retourne, la forme symétrique doit être parfaitement comprimée.

Chaînette parfaitement tendue
Pont suspendu à chaîne de Clifton



Arc parfaitement comprimé
Gateway Arch à Saint-Louis (Eero Saarinen)



1. Échauffement 10'

2. Rappels 10'

3. Cours 65'

- a. Les arcs
- b. La poussée au vide
- c. Une forme idéale ?
- d. Les voûtes en berceaux
- e. Les dômes

4. Bilan 5'

S2-C7 LES ARCS, LES VOÛTES EN BERCEAU ET LES DÔMES

3.c Une forme idéale ?

BRÈVE HISTORIQUE DU FUNICULAIRE DES FORCES

Robert Hooke découvre ce principe vers 1675 :

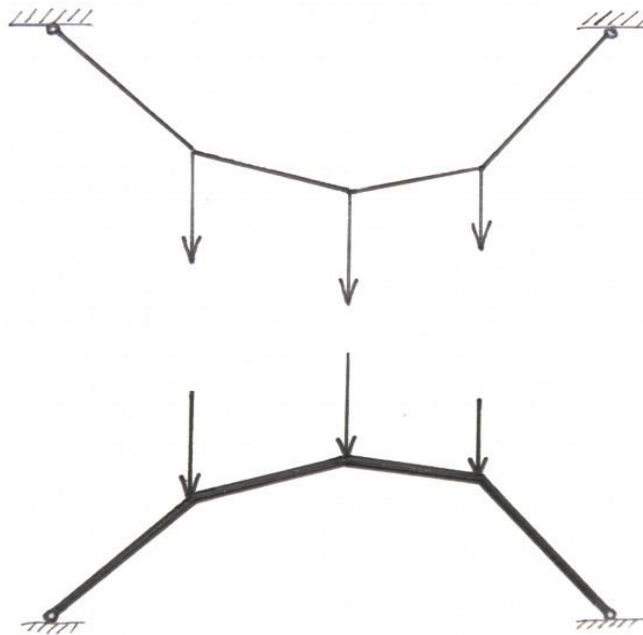
Anagramme : « abcccddeeeeeefggiiiiiiiillmmmmnnnnnooprssstttttuuuuuuux »

Latin : « *ut pendet continuum flexile, sic stabit continuum rigidum inversum* »

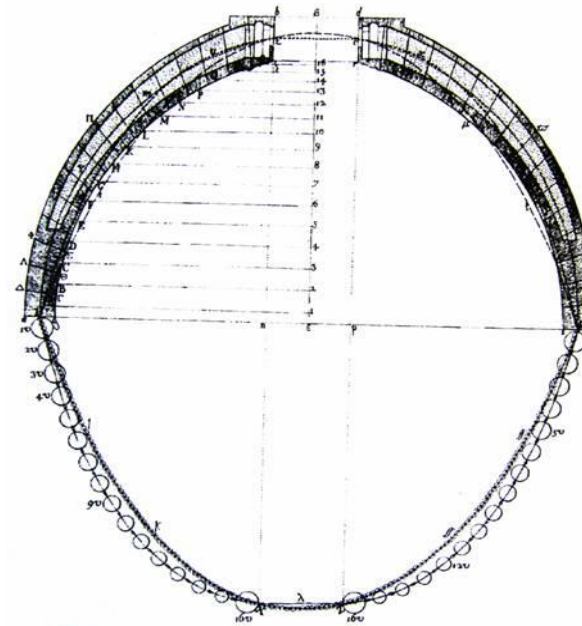
Français : « *de même que pend un câble flexible, de même, en inversant, on trouve les pièces contiguës d'une arche* »

Français (autre traduction) : « *Tel pend un fil flexible, s'élève l'arche rigide, mais de manière inversée* »

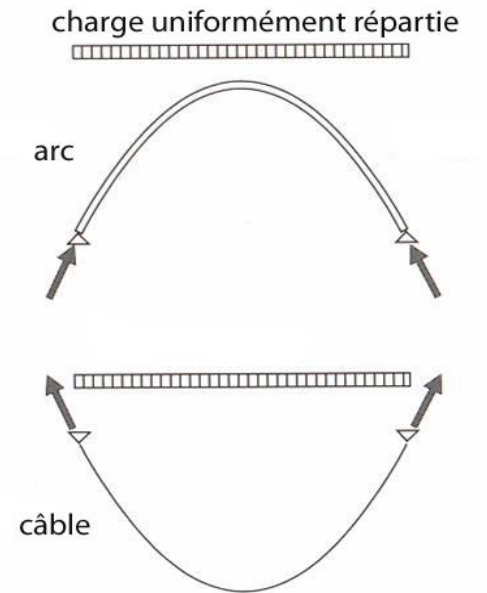
Principe de la chaînette inversée



Croquis de Polemi (St Pierre de Rome)



Application



En 1742, **Giovanni Poleni**, mathématicien et physicien italien, démontre grâce à une chaînette au pape Benoît XIV que Michel-Ange s'était un peu trop éloigné de la forme funiculaire dans la conception du dôme, expliquant ainsi l'apparition de fissures dans la coupole de Saint-Pierre de Rome.

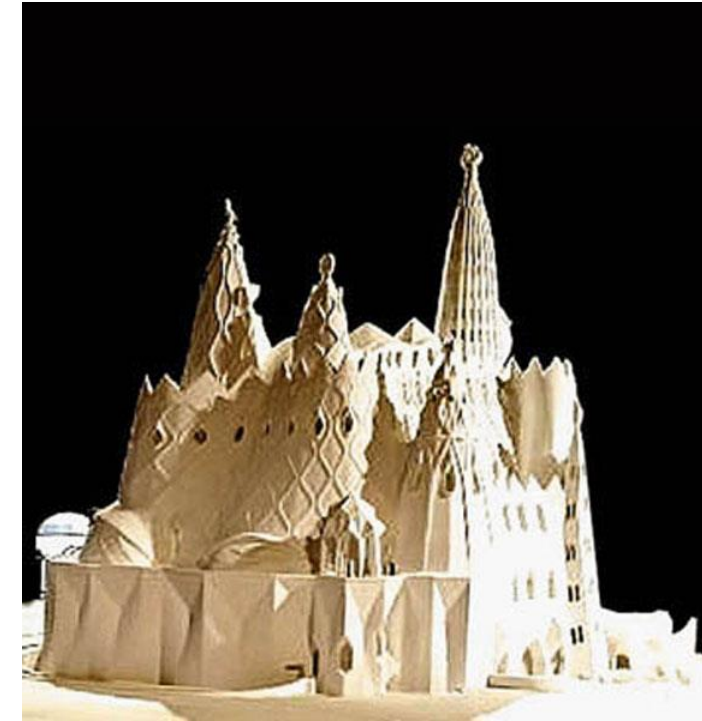
1. Échauffement 10'
2. Rappels 10'
3. Cours 65'
 - a. Les arcs
 - b. La poussée au vide
 - c. Une forme idéale ?
 - d. Les voûtes en berceaux
 - e. Les dômes
4. Bilan 5'

3.c Une forme idéale ?

**FUNICULAIRE DES FORCES :
EXEMPLES D'ARCHITECTURES**

Gaudí pour maquette funiculaire de la crypte de la Colonie Güell (en haut à gauche), projet inachevé dont il s'inspirera pour la Sagrada Família (en haut à droite), réalisait une maquette à l'envers, en la chargeant avec des poids. En la regardant ensuite dans un miroir posé au sol, il obtenait la forme parfaitement comprimée correspondante.

On pouvait également plâtrer les draps pour les retourner plus facilement et réaliser des coques, ou des chaînettes pour faire des ossature (en bas : **Casa Milà**, Gaudí).



1. Échauffement 10'
2. Rappels 10'
3. Cours 65'
 - a. Les arcs
 - b. La poussée au vide
 - c. **Une forme idéale ?**
 - d. Les voûtes en berceaux
 - e. Les dômes
4. Bilan 5'

S2-C7 LES ARCS, LES VOÛTES EN BERCEAU ET LES DÔMES

3.c Une forme idéale ?

FUNICULAIRE DES FORCES : EXEMPLES d'ARCHITECTURES



Les arcs caténaux du grenier de la **Casa Milà** et Antoni Gaudí

1. Échauffement 10'
2. Rappels 10'
3. Cours 65'
 - a. Les arcs
 - b. La poussée au vide
 - c. Une forme idéale ?
 - d. Les voûtes en berceaux
 - e. Les dômes
4. Bilan 5'

S2-C7 LES ARCS, LES VOÛTES EN BERCEAU ET LES DÔMES

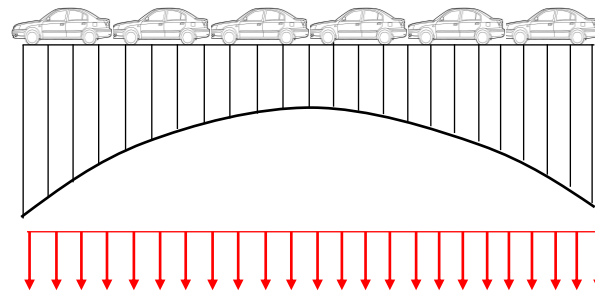
3.c Une forme idéale ?

DE LA THÉORIE À LA PRATIQUE

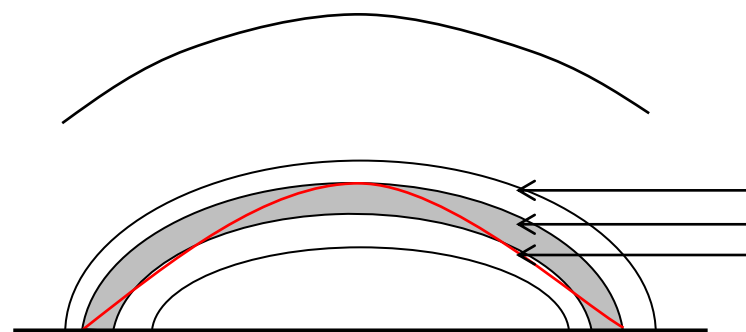
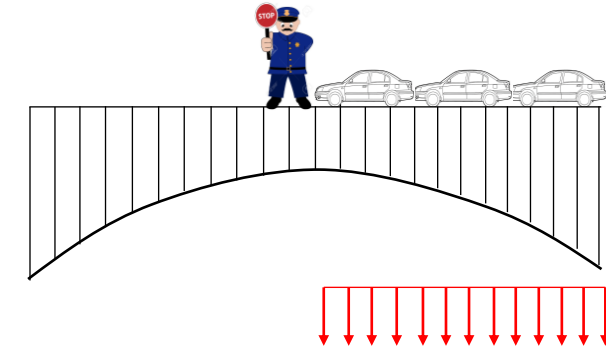
Un ouvrage en arc est conçu suivant des cas de charges courants (uniformément réparti par exemple), or il est aussi soumis à des **charges variables et accidentelles**. Ces cas de charges sont à considérer, comme le rappelle Méry dans son *Mémoire sur l'équilibre des voûtes en berceau* :

« Lorsqu'on fait passer sur une voûte un lourd fardeau, la courbe des pressions prend successivement diverses formes, comme le ferait une chaîne de suspension et pendant qu'elle subit ces oscillations il faut toujours qu'elle reste renfermée entre l'intrados et l'extrados de la voûte pour que celle-ci ne tombe pas. »

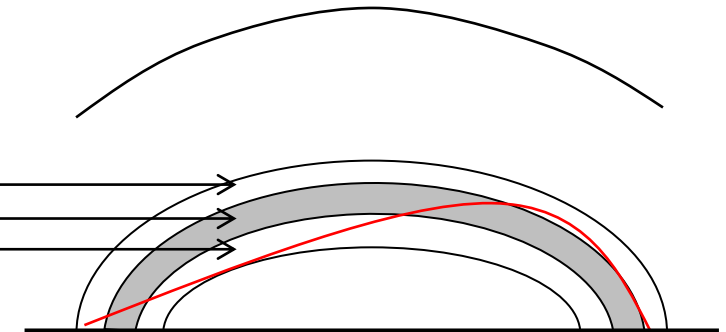
Chargement classique de calcul



Chargement accidentel



Arc
Tiers central
Funiculaire central



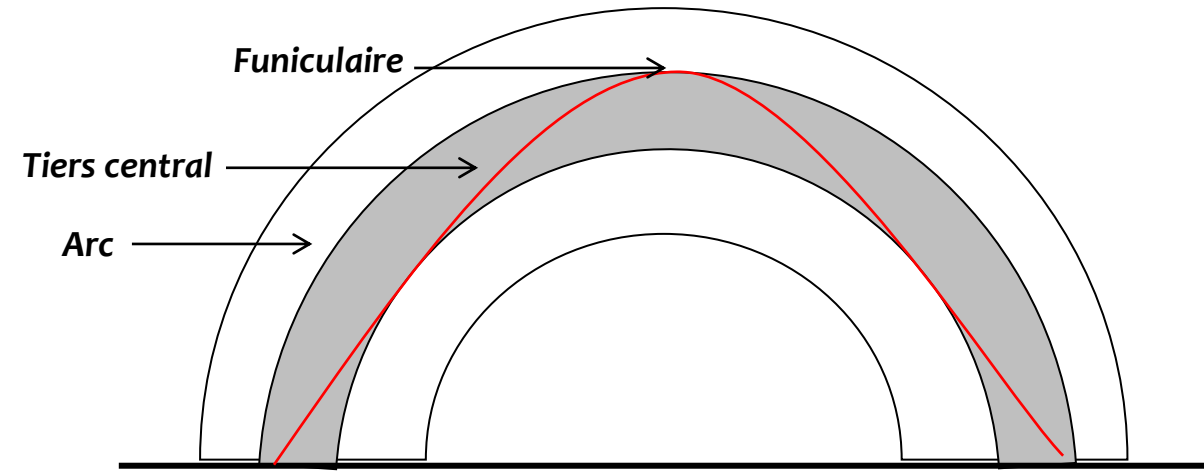
1. Échauffement 10'
2. Rappels 10'
3. Cours 65'
 - a. Les arcs
 - b. La poussée au vide
 - c. Une forme idéale ?
 - d. Les voûtes en berceaux
 - e. Les dômes
4. Bilan 5'

S2-C7 LES ARCS, LES VOÛTES EN BERCEAU ET LES DÔMES

3.c Une forme idéale ?

DE LA THÉORIE À LA PRATIQUE

Une fois déterminé ce funiculaire des forces, la matière de l'arc doit être disposée de sorte à ce qu'elle l'englobe parfaitement. Une sécurité, dite « **règle du tiers central** » proposée par Navier (1^{ère} moitié du XIXe siècle) préconise que le funiculaire soit entièrement compris dans le tiers central de l'arc.



Ceci est assez critiqué de nos jours car très conservatif (Jacques Heymann, dans *The stone skeleton*, 1995 suggère que le funiculaire soit compris dans les deux quarts centraux de l'arc).

Néanmoins, si le funiculaire s'éloigne du tiers central en certain point, alors les sections ne sont que partiellement comprimées et les joints entre les voussoirs peuvent s'ouvrir. D'après Méry, *Mémoire sur l'équilibre des voûtes en berceau* (Ponts et Chaussées, 1840) :

« l'intrados et l'extrados forment deux limites dont la courbe des pressions ne doit jamais sortir et lorsque cela arrive, l'équilibre est impossible ».

Ce qui veut dire que **si le funiculaire des forces sort de la matière de l'arc, alors celui-ci s'écroulera.**

1. Échauffement 10'
2. Rappels 10'
3. Cours 65'
 - a. Les arcs
 - b. La poussée au vide
 - c. Une forme idéale ?
 - d. Les voûtes en berceaux
 - e. Les dômes
4. Bilan 5'

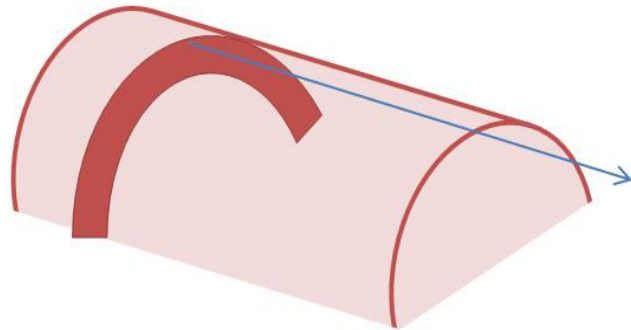
S2-C7 LES ARCS, LES VOÛTES EN BERCEAU ET LES DÔMES

3.d Les voûtes en berceaux

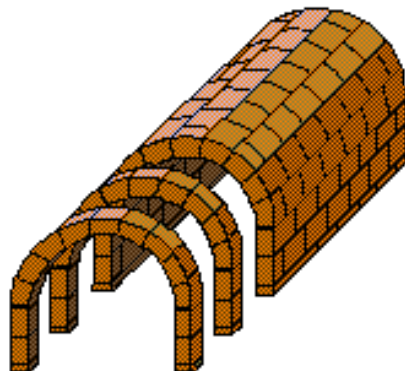
LES VOÛTES EN BERCEAU : PRÉSENTATION

Définition : une **voûte en berceau** est une surface (= en deux dimensions) créée par la **translation horizontale** d'un arc.

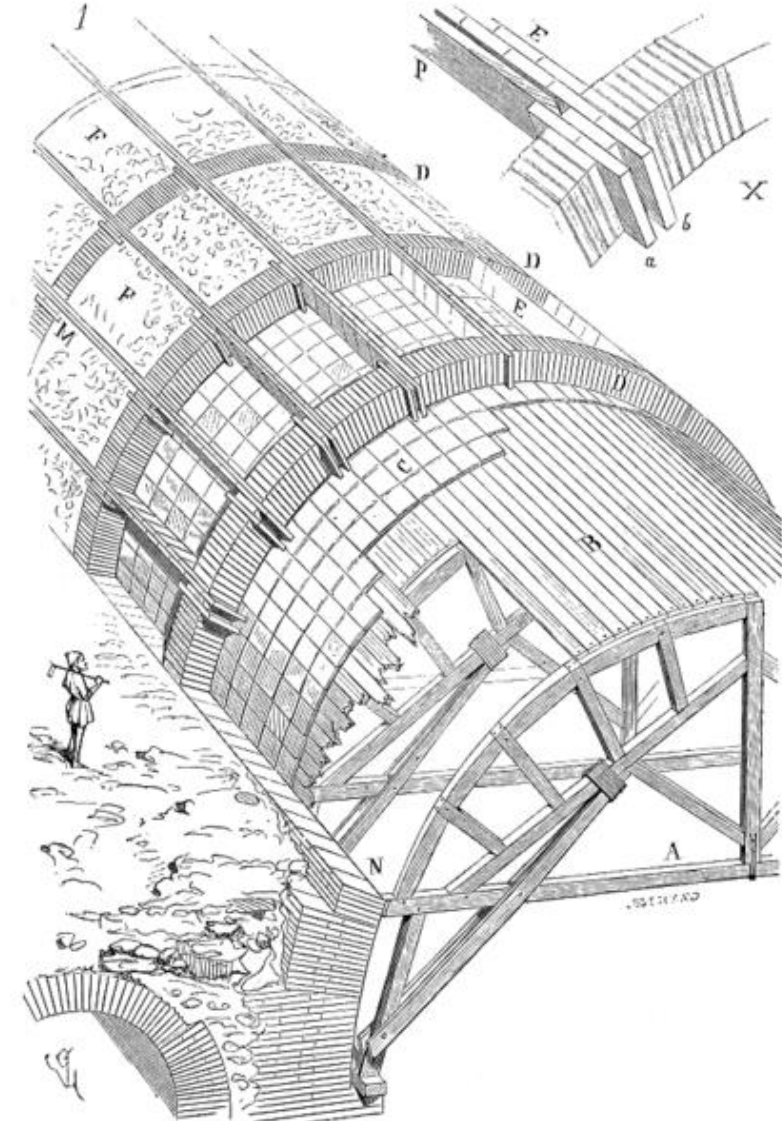
Historique : les premières voûtes en berceau étaient réalisées au moyen d'épais arcs qui assuraient la tenue des charges tout en étant couverts par un remplissage léger en bois et en argile.



Voûte romane à Carcassonne.



D'autres techniques permirent de réaliser des voûtes en une seule pièce dans lesquelles c'est toute la surface qui travaille.



1. Échauffement 10'
2. Rappels 10'
3. Cours 65'
 - a. Les arcs
 - b. La poussée au vide
 - c. Une forme idéale ?
 - d. Les voûtes en berceaux
 - e. Les dômes
4. Bilan 5'

LES VOÛTES EN BERCEAU : PRÉSENTATION



Une voûte en berceau à forme funiculaire au palais de Ctésiphon en Irak

1. Échauffement 10'
2. Rappels 10'
3. Cours 65'
 - a. Les arcs
 - b. La poussée au vide
 - c. Une forme idéale ?
 - d. Les voûtes en berceaux
 - e. Les dômes
4. Bilan 5'

3.d Les voûtes en berceaux

LES VOÛTES EN BERCEAU : PRÉSENTATION

Plus récemment, les **coques** permirent de réaliser les voûtes en une pièce homogène, telles les Halles du Boulingrin à Reims (architecte Emile Maigrot), couvertes par une voûte en coque de béton armé épaisse de 6 cm (techniques développées et brevetées par Eugène Freyssinet).



1. Échauffement 10'
2. Rappels 10'
3. Cours 65'
 - a. Les arcs
 - b. La poussée au vide
 - c. Une forme idéale ?
 - d. Les voûtes en berceaux
 - e. Les dômes
4. Bilan 5'

S2-C7 LES ARCS, LES VOÛTES EN BERCEAU ET LES DÔMES

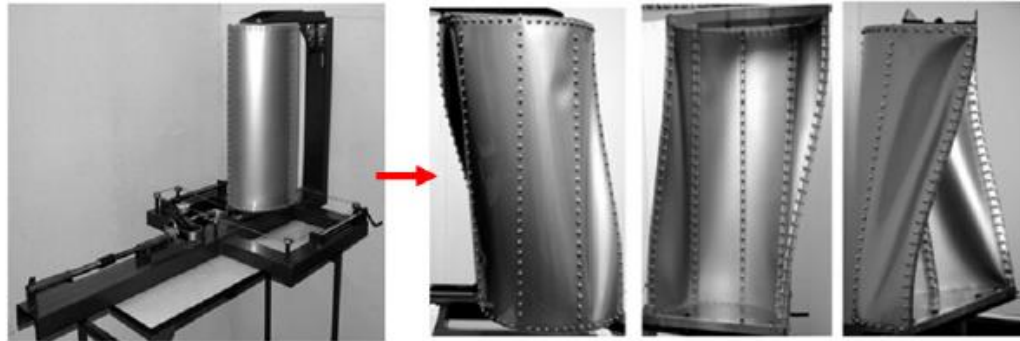
3.d Les voûtes en berceaux

LES VOÛTES : LE VOILEMENT

Cette évolution permet la création d'éléments comprimés de très faible épaisseur : il faudra donc veiller au risque de **flambement**.

Quand on réalise une voûte en coque mince de béton armé, la voûte, tout comme l'arc, travaillent en compression : ils peuvent **flamber**.

Pour une surface comprimée, on appelle cette instabilité le **voilement**.



Voilement d'une surface comprimée in Coupling Experiment and Nonlinear Numerical Analysis in the Study of Post-Buckling Response of Thin-Walled Airframe Structures, Tomasz Kopecki



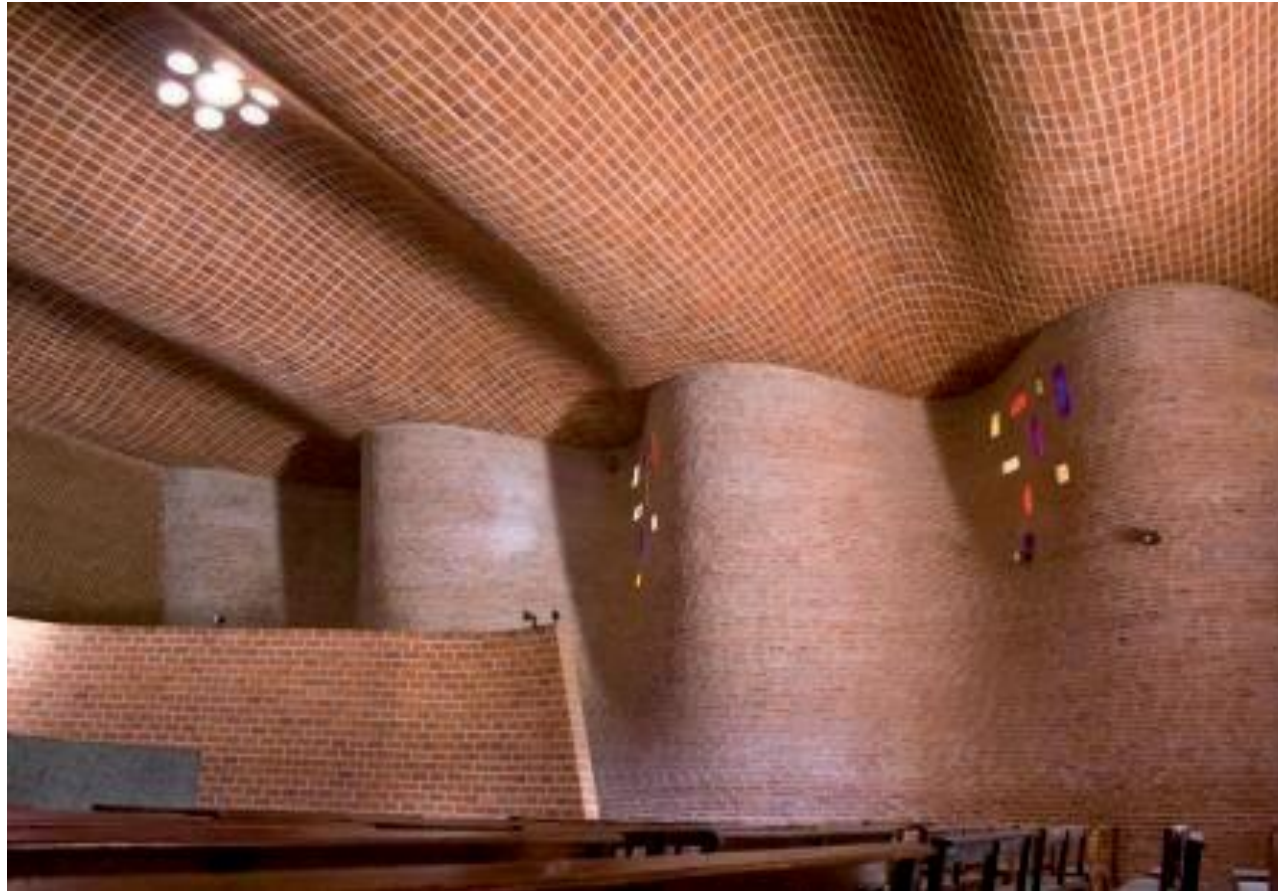
1. Échauffement 10'
2. Rappels 10'
3. Cours 65'
 - a. Les arcs
 - b. La poussée au vide
 - c. Une forme idéale ?
 - d. Les voûtes en berceaux
 - e. Les dômes
4. Bilan 5'

S2-C7 LES ARCS, LES VOÛTES EN BERCEAU ET LES DÔMES

3.d Les voûtes en berceaux

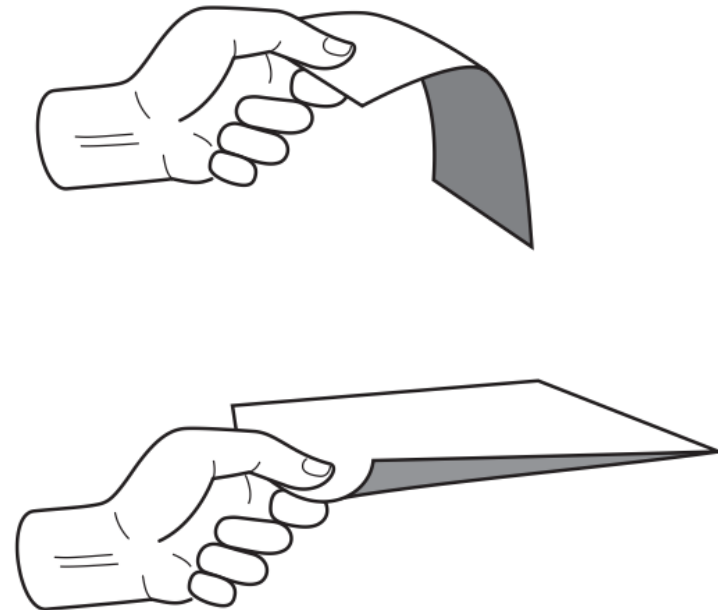
LES VOÛTES : RÉSISTER AU VOILEMENT

Le remède suit la même logique que pour un élément en une dimension : éloigner la matière pour augmenter l'inertie et donc la rigidité.



Voûtes plissées de la chapelle du Christ-Ouvrier, Atlántida, Uruguay, 1952, Eladio Dieste

Une feuille tenue dans la main
n'a pas de rigidité... sauf si je la
plisse !



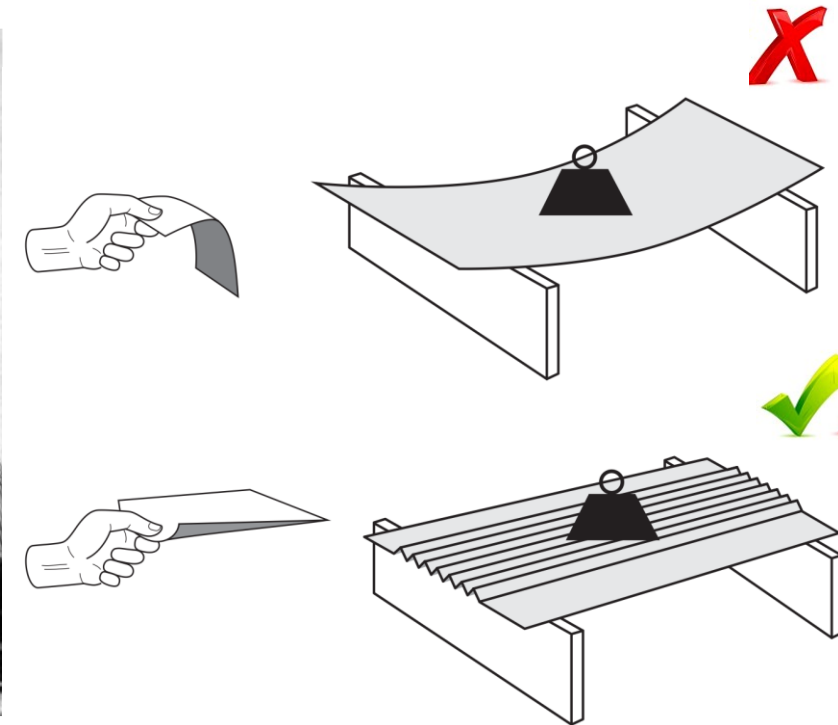
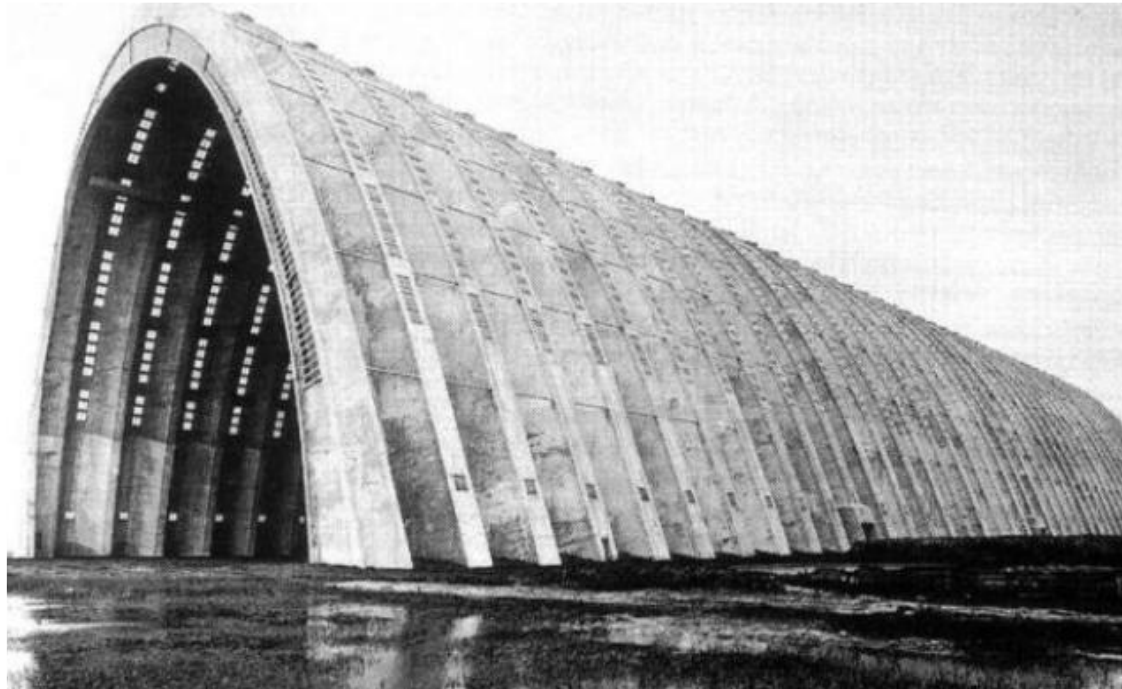
1. Échauffement 10'
2. Rappels 10'
3. Cours 65'
 - a. Les arcs
 - b. La poussée au vide
 - c. Une forme idéale ?
 - d. Les voûtes en berceaux
 - e. Les dômes
4. Bilan 5'

S2-C7 LES ARCS, LES VOÛTES EN BERCEAU ET LES DÔMES

3.d Les voûtes en berceaux

LES VOÛTES : RÉSISTER AU VOILEMENT

Une méthode également utilisée par **Freyssinet** pour réaliser les voûtes des hangars à dirigeables d'Orly en **voiles plissés**. En plissant le voile, on éloigne la matière sans l'épaissir : on rajoute des **rigidités de forme**.



1. Échauffement 10'
2. Rappels 10'
3. Cours 65'
 - a. Les arcs
 - b. La poussée au vide
 - c. Une forme idéale ?
 - d. Les voûtes en berceaux
 - e. Les dômes
4. Bilan 5'

S2-C7 LES ARCS, LES VOÛTES EN BERCEAU ET LES DÔMES

3.d Les voûtes en berceaux

LES VOÛTES : RÉSISTER AU VOILEMENT

Nous pouvons aussi, par exemple, rajouter des arceaux aux coques. On peut en voir sur les Halles du Boulingrin quand on se positionne à l'extérieur.



1. Échauffement 10'
2. Rappels 10'
3. Cours 65'
 - a. Les arcs
 - b. La poussée au vide
 - c. Une forme idéale ?
 - d. Les voûtes en berceaux
 - e. Les dômes
4. Bilan 5'

3.d Les voûtes en berceaux

LES VOÛTES : RÉSISTER AU VOILEMENT

On peut également **nervurer** les voûtes comme sur les hangars de l'aviation militaire italienne à Orvieto réalisés par l'ingénieur Pier Luigi Nervi.

Réalisées en éléments droit préfabriqués selon un système breveté par Nervi en 1939, seuls les nœuds reliant les éléments droits sont coulés sur place.



1. Échauffement 10'
2. Rappels 10'
3. Cours 65'
 - a. Les arcs
 - b. La poussée au vide
 - c. Une forme idéale ?
 - d. Les voûtes en berceaux
 - e. Les dômes
4. Bilan 5'

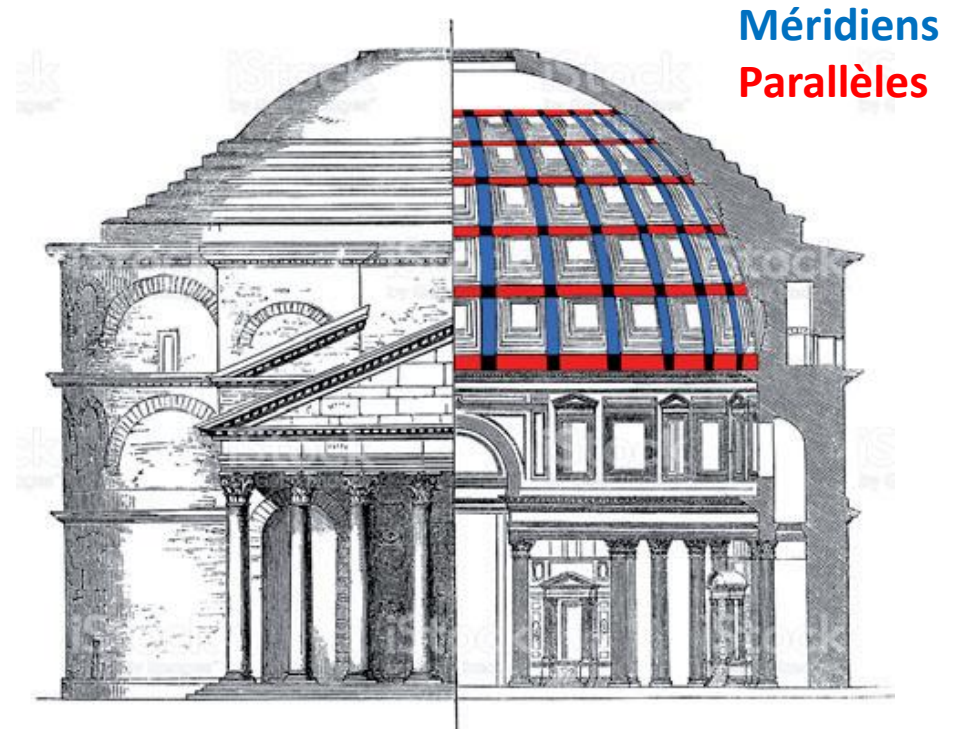
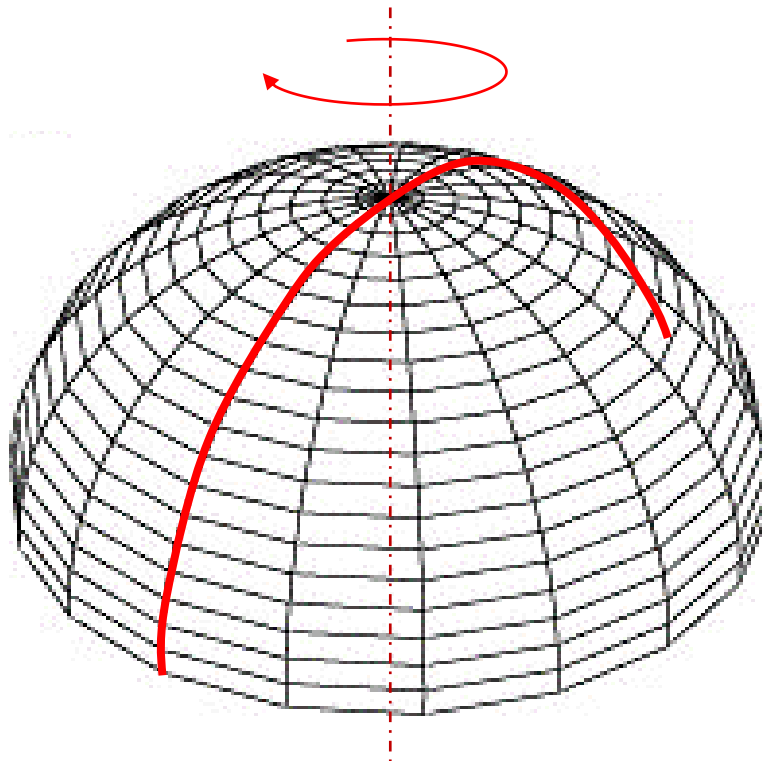
S2-C7 LES ARCS, LES VOÛTES EN BERCEAU ET LES DÔMES

3.e Les dômes

LES DÔMES : PRÉSENTATION

Définition : un **dôme** est aussi une voûte, mais sa surface est créée par la **rotation** d'un arc autour de son axe central.

Les arcs qui le composent sont les **méridiens** et ils sont reliés entre eux par des **parallèles** : les cercles transversaux horizontaux.



1. Échauffement 10'

2. Rappels 10'

3. Cours 65'

- Les arcs
- La poussée au vide
- Une forme idéale ?
- Les voûtes en berceaux
- Les dômes**

4. Bilan 5'

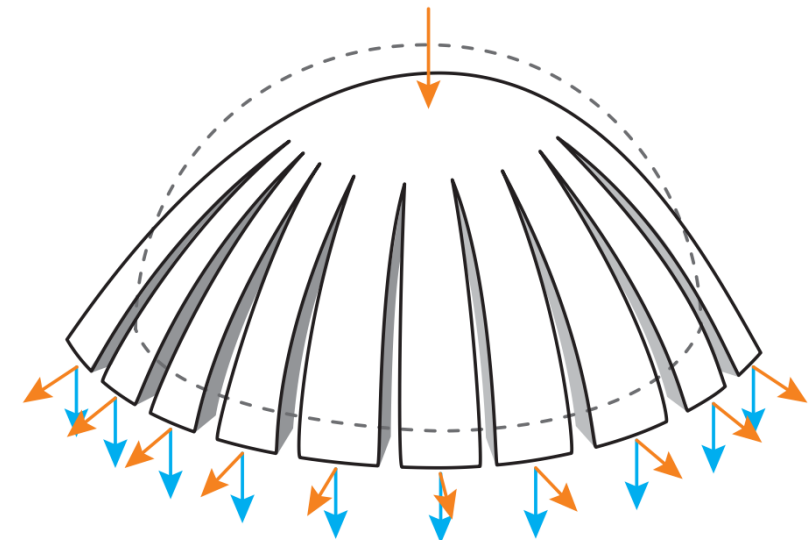
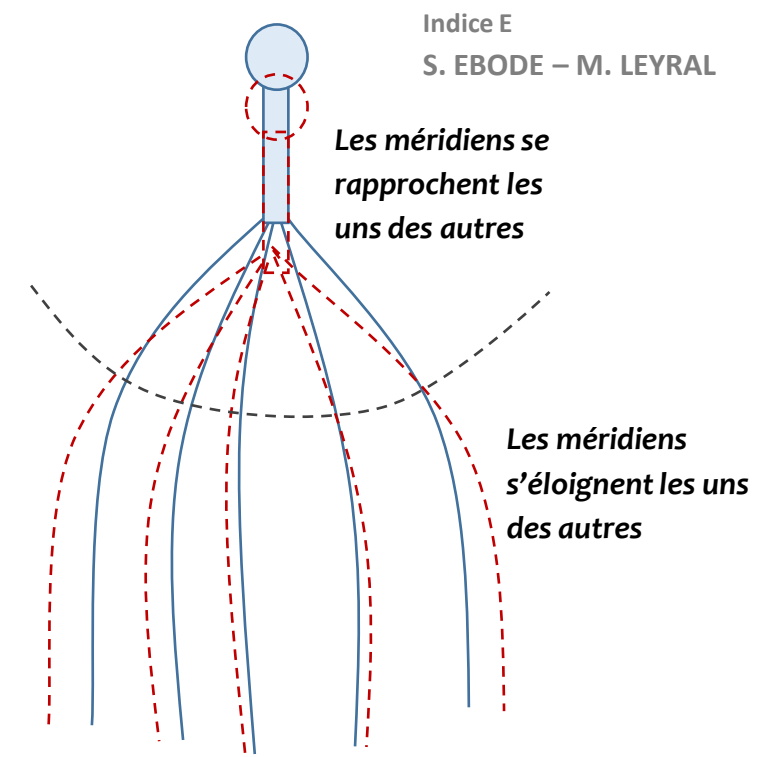
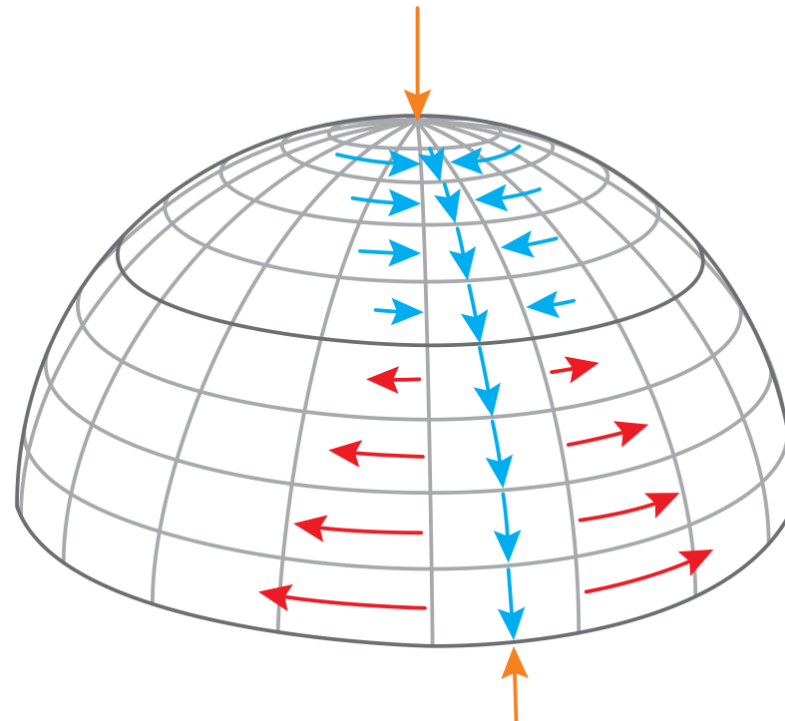
S2-C7 LES ARCS, LES VOÛTES EN BERCEAU ET LES DÔMES

3.e Les dômes

LES DÔMES : FONCTIONNEMENT

Fonctionnement :

- Les méridiens sont en compression
- Les parallèles au-dessus d'un angle de 50° à 60° sont comprimés et celles du dessous tendues. Pour le comprendre, imaginez un peigne de massage pour la tête sur lequel vous appuyez.



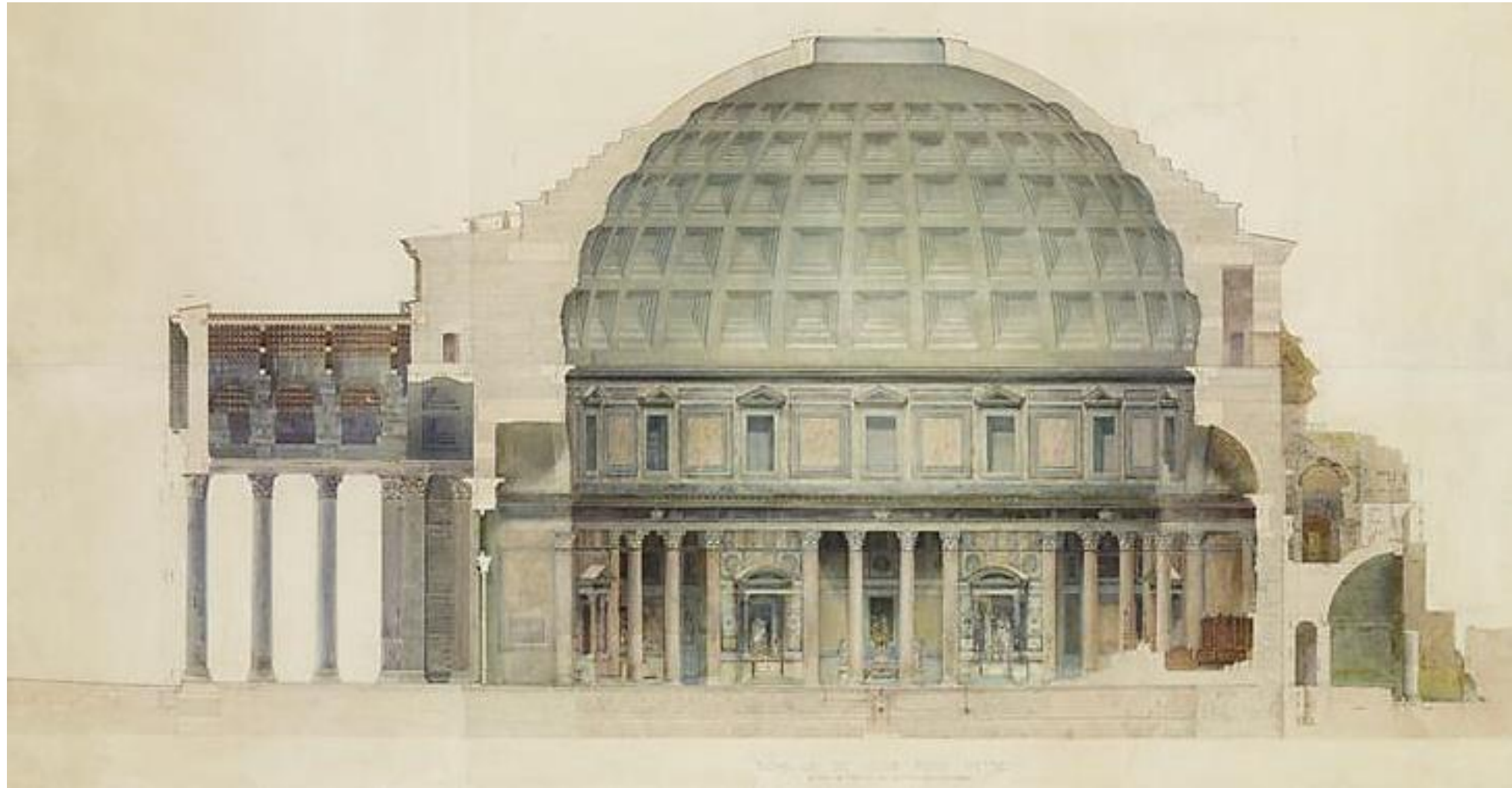
Schématisation de la rupture du dôme de Saint-Pierre (dans the stone skeleton, Jacques Heyman)

1. Échauffement **10'**
2. Rappels **10'**
3. Cours **65'**
 - a. Les arcs
 - b. La poussée au vide
 - c. Une forme idéale ?
 - d. Les voûtes en berceaux
 - e. **Les dômes**
4. Bilan **5'**

3.e Les dômes

LES DÔMES : POUSSÉES AU VIDE

La plus simple des méthodes est de les reprendre par des **contreforts** comme c'est le cas sur le dôme du Panthéon de Rome.



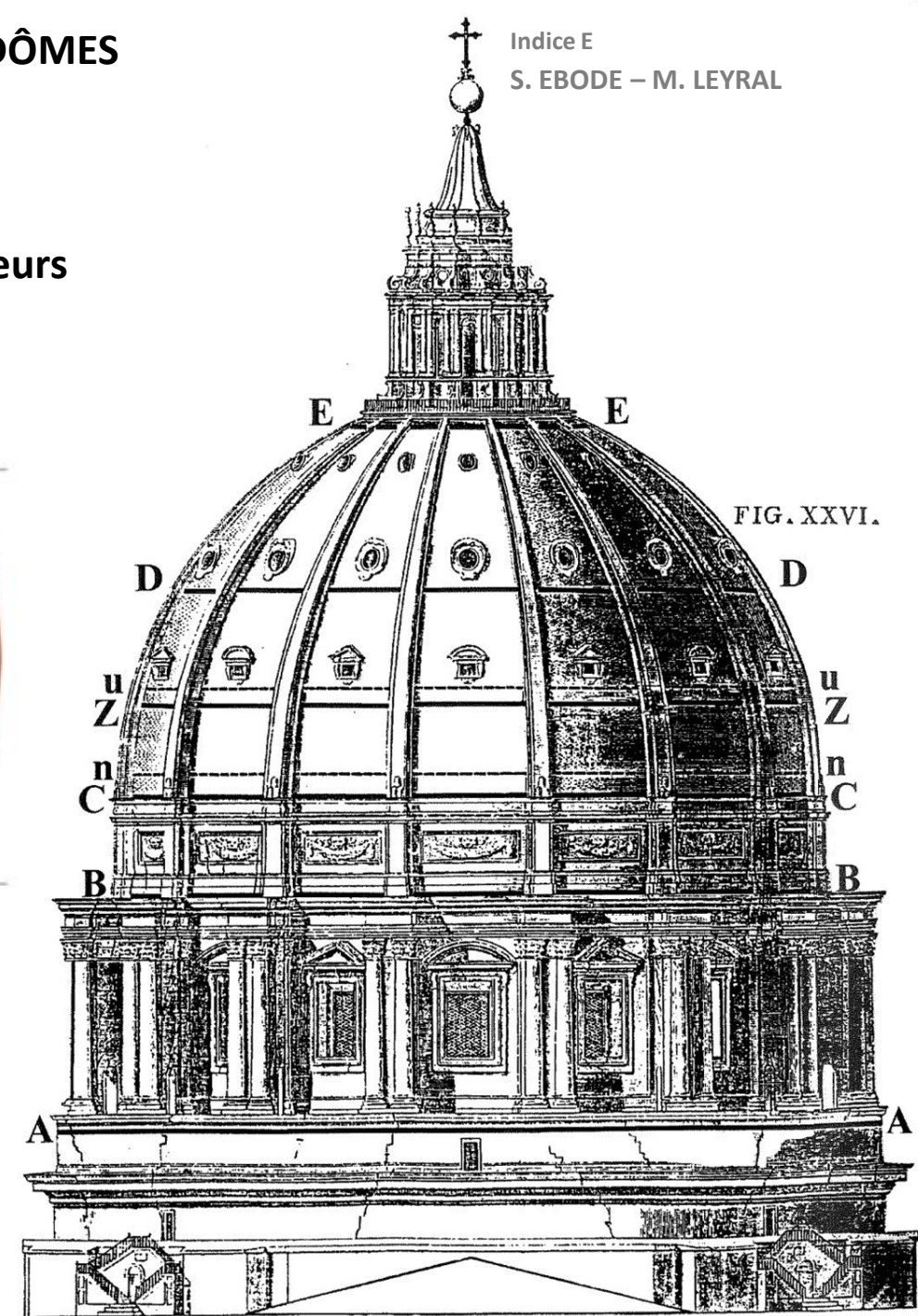
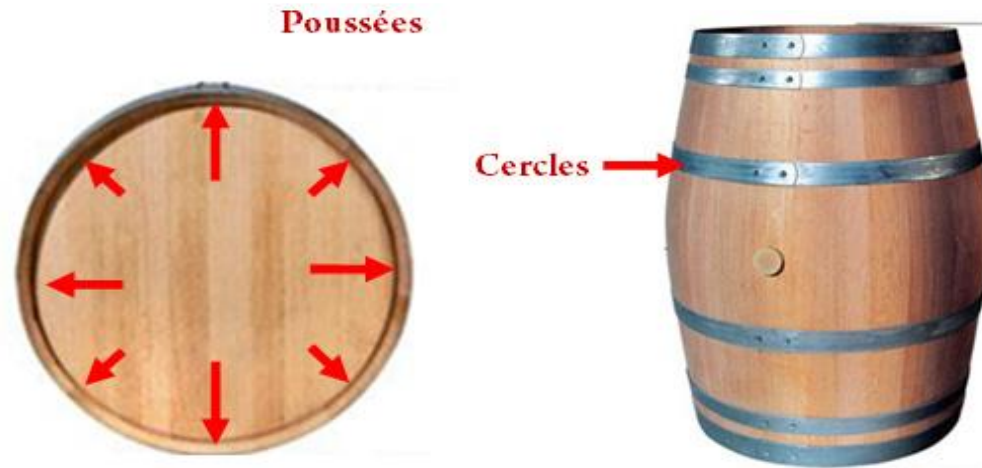
1. Échauffement 10'
2. Rappels 10'
3. Cours 65'
 - a. Les arcs
 - b. La poussée au vide
 - c. Une forme idéale ?
 - d. Les voûtes en berceaux
 - e. Les dômes
4. Bilan 5'

S2-C7 LES ARCS, LES VOÛTES EN BERCEAU ET LES DÔMES

3.e Les dômes

LES DÔMES : POUSSÉES AU VIDE

Comme sur une **barrique**, on peut placer un **plusieurs anneaux de traction** vers la base du dôme : ils reprendront les **poussées horizontales**.



Ainsi quatre chaînes en fer ont été disposées entre les deux coupoles de la basilique Saint Pierre de Rome lors de sa restauration (Poleni et Luigi Vanvitelli, 1743-1748).

1. Échauffement 10'

2. Rappels 10'

3. Cours 65'

- a. Les arcs
- b. La poussée au vide
- c. Une forme idéale ?
- d. Les voûtes en berceaux
- e. Les dômes

4. Bilan 5'

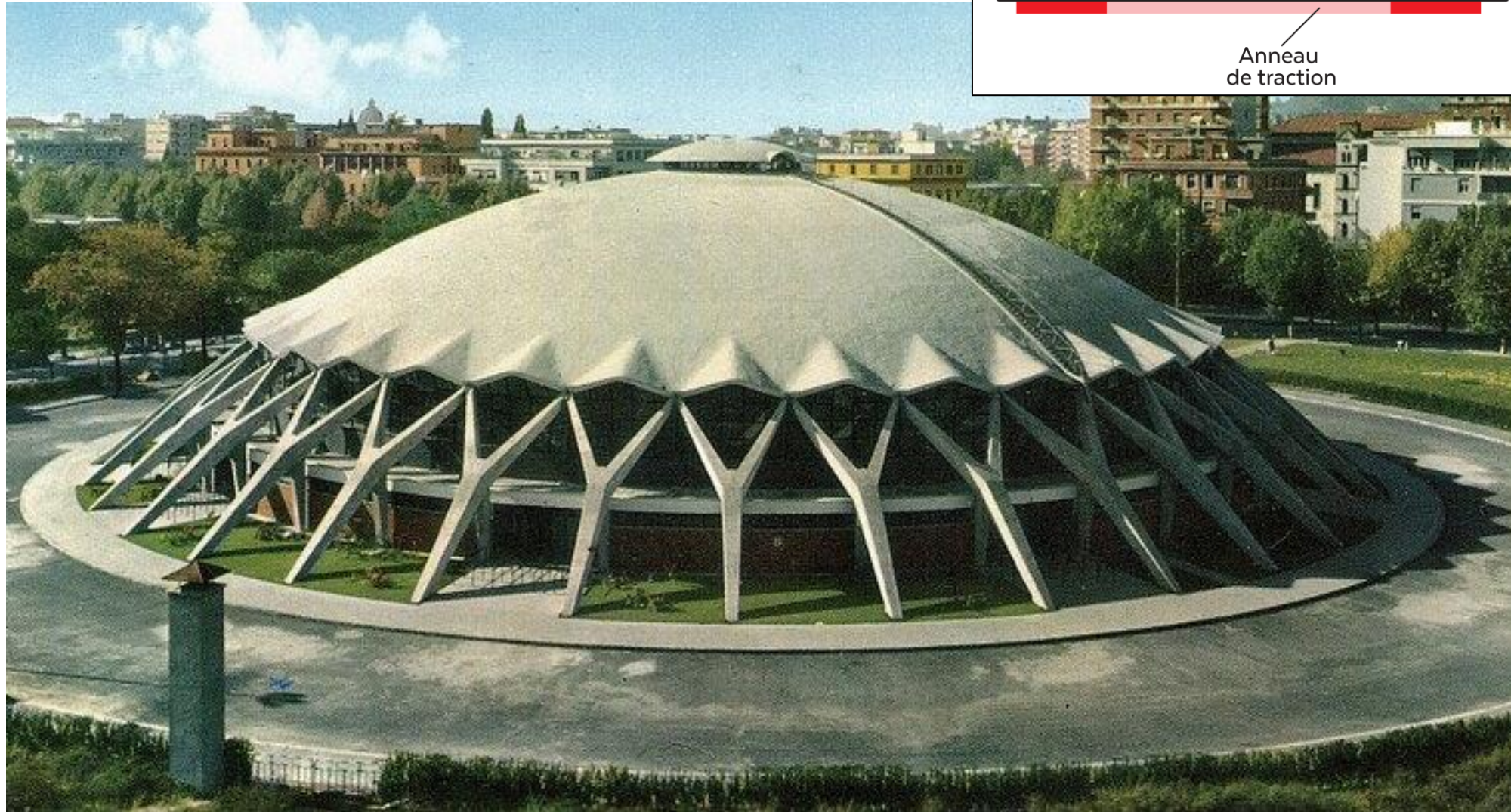
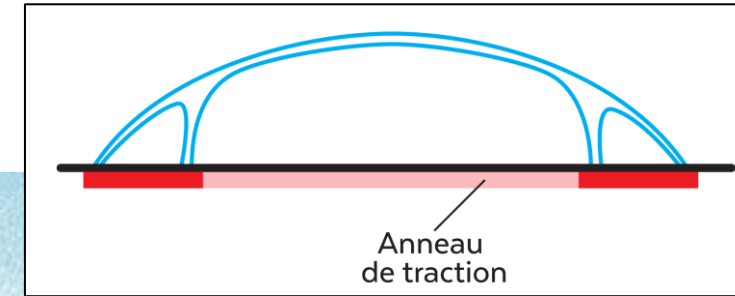
S2-C7 LES ARCS, LES VOÛTES EN BERCEAU ET LES DÔMES

3.e Les dômes

LES DÔMES : POUSSÉES AU VIDE

Indice E

S. EBODE – M. LEYRAL



Petit Palais des Sports de Rome, Pier Luigi Nervi.

1. Échauffement **10'**
2. Rappels **10'**
3. Cours **65'**
 - a. Les arcs
 - b. La poussée au vide
 - c. Une forme idéale ?
 - d. Les voûtes en berceaux
 - e. **Les dômes**
4. Bilan **5'**

LES DÔMES : LE VOILEMENT

Pour éviter le voilement, on utilise les mêmes techniques que pour les voûtes.



Palais des Sports de Rome, Pier Luigi Nervi : on retrouve l'idée de nervures (déjà vue dans les hangar de l'aviation italienne à Ovieto).

1. Échauffement **10'**
2. Rappels **10'**
3. Cours **65'**
 - a. Les arcs
 - b. La poussée au vide
 - c. Une forme idéale ?
 - d. Les voûtes en berceaux
 - e. **Les dômes**
4. Bilan **5'**

LES DÔMES : LE VOILEMENT

Pour éviter le voilement, on utilise les mêmes techniques que pour les voûtes.

La coupole du CNIT est réalisée par une double coque très mince (6,5 cm) et plissée.



1. Échauffement 10'
2. Rappels 10'
3. Cours 65'
 - a. Les arcs
 - b. La poussée au vide
 - c. Une forme idéale ?
 - d. Les voûtes en berceaux
 - e. Les dômes
4. Bilan 5'

3.e Les dômes

LES DÔMES : LE VOILEMENT

Enfin, il est également possible de réduire la longueur de flambement en rajoutant des anneaux horizontaux, sur le modèle du tabouret de bar.



*Globe de la Science et de l'Innovation
Centre d'accueil et d'information des visiteurs du CERN*

1. Échauffement 10'
2. Rappels 10'
3. Cours 65'
 - a. Les arcs
 - b. La poussée au vide
 - c. Une forme idéale ?
 - d. Les voûtes en berceaux
 - e. Les dômes
4. Bilan 5'

LES DÔMES : LE FUNICULAIRE DES FORCES

Une vidéo à voir : Armadillo Vault, Block Research Group (ETH Zurich) - <https://vimeo.com/167868985>



1. Échauffement 10'
2. Rappels 10'
3. Cours 65'
 - a. Les arcs
 - b. La poussée au vide
 - c. Une forme idéale ?
 - d. Les voûtes en berceaux
 - e. Les dômes
4. Bilan 5'

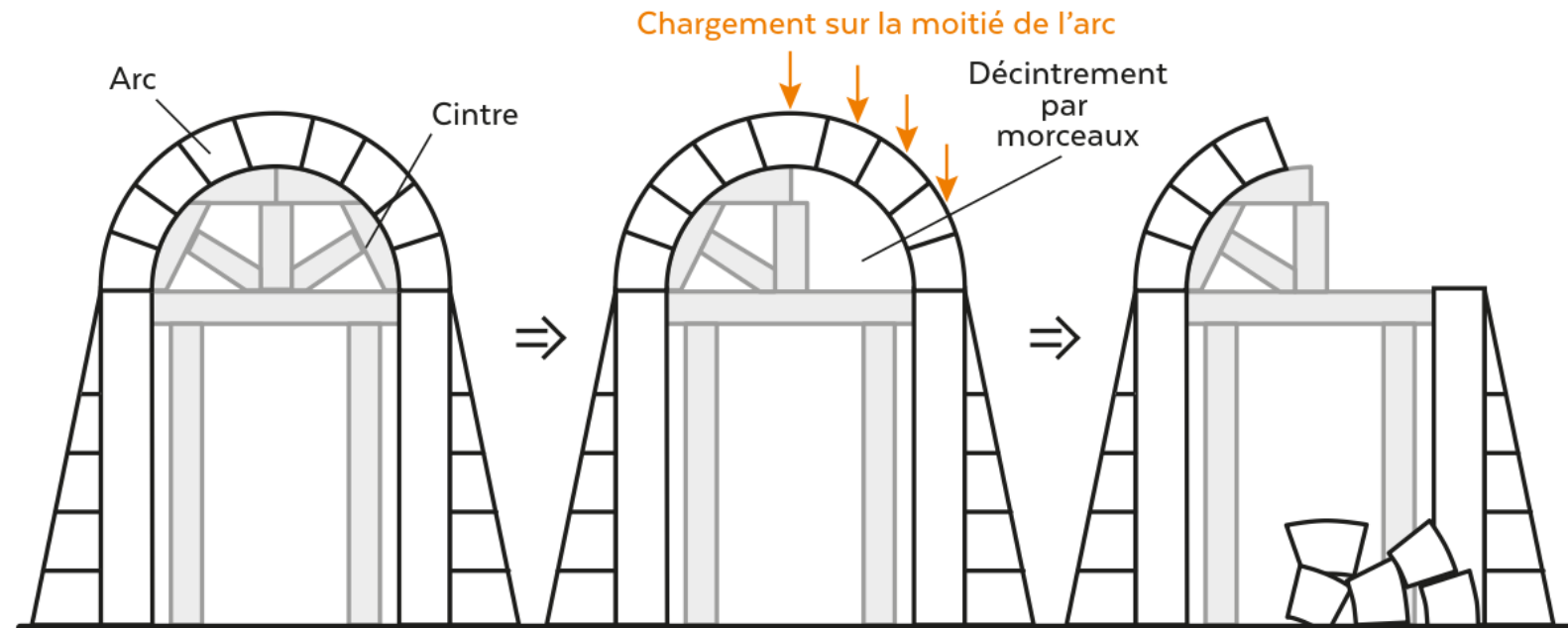
3.e Les dômes

LES DÔMES : LA MISE EN CHARGE

La problématique de la **mise en charge** est un des principaux problèmes sur le **chantier**.

Pour fonctionner en compression, arcs, voûtes et dômes **doivent suivre la forme de leur funiculaire des forces**. Cependant, **il dépend du chargement étudié**, souvent un **chargement uniforme réparti**.

Les arcs, les voûtes et les dômes ont besoin d'être **étayés sur des cintres** pendant leur construction. Lorsqu'on enlève les étais, ceux-ci ne reprennent plus les charges et le dôme commence à fonctionner, c'est ce qu'on appelle la **mise en charge**. Si on enlevait les étais partie par partie, **alors on mettrait en charge seulement un morceau du dôme**, le reste est toujours étayé. Or le dôme n'a pas été conçu sur ce funiculaire des forces : il va donc se décompresser localement et s'effondrer.



1. Échauffement 10'

2. Rappels 10'

3. Cours 65'

- a. Les arcs
- b. La poussée au vide
- c. Une forme idéale ?
- d. Les voûtes en berceaux
- e. Les dômes

4. Bilan 5'

S2-C7 LES ARCS, LES VOÛTES EN BERCEAU ET LES DÔMES

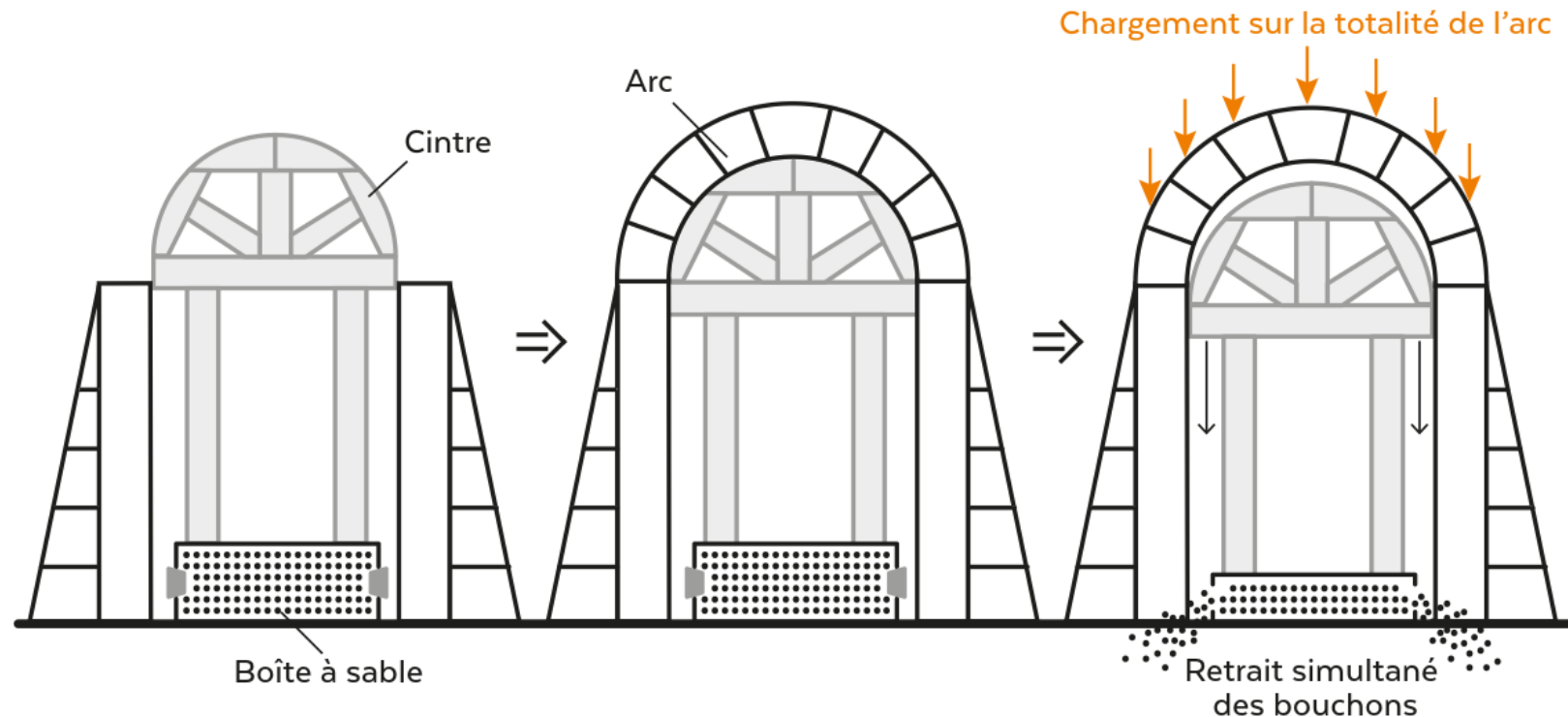
3.e Les dômes

LES DÔMES : LA MISE EN CHARGE

Solution 1 : Retirer tous les étais exactement en même temps.

Pour ce faire, une méthode consiste à construire les étais sur des **boîtes remplies de sable** très sec avec un trou à la base obstrué par un bouchon. Au signal du contremaître, les ouvriers enlevaient tous les bouchons exactement en même temps, le sable se vidait provoquant l'affaissement uniforme des étais : le dôme se mettait ainsi en charge.

Aujourd'hui, on utilise plutôt des vérins hydrauliques commandés par un système électronique.



1. Échauffement 10'
2. Rappels 10'
3. Cours 65'
 - a. Les arcs
 - b. La poussée au vide
 - c. Une forme idéale ?
 - d. Les voûtes en berceaux
 - e. Les dômes
4. Bilan 5'

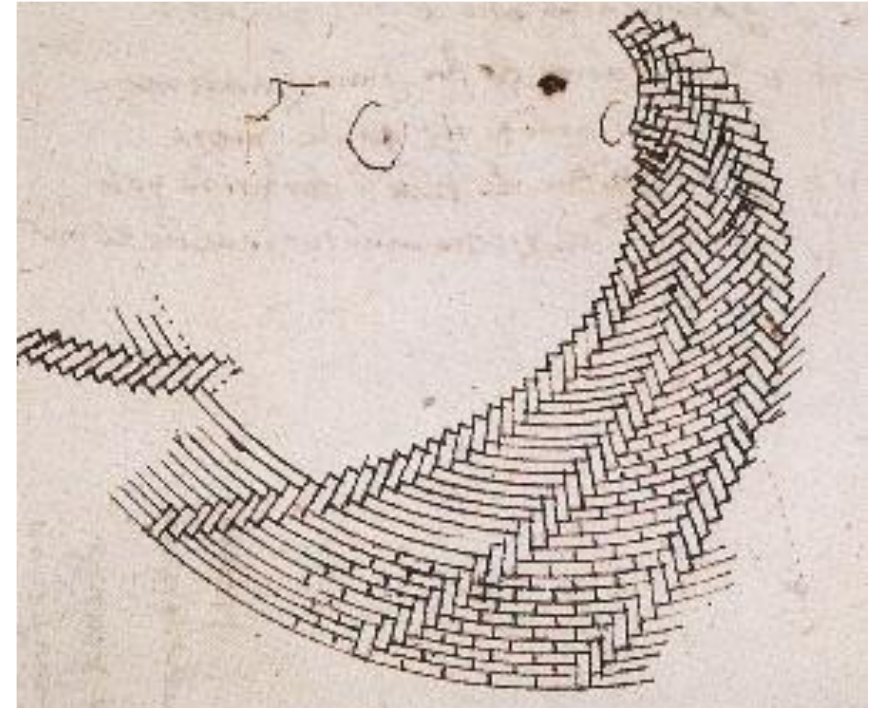
3.e Les dômes

LES DÔMES : LA MISE EN CHARGE

Solution 2 : Réaliser un **dôme autoportant** (qui n'a pas besoin d'être étayé), même en cours de construction.

En 1418, Filippo Brunelleschi commence la construction du dôme de Santa Maria del Fiore à Florence. La réalisation d'un cintre de bois pour une coupole de 42 mètres de diamètre était quasi impossible techniquement, et trop cher.

Brunelleschi utilise alors une disposition particulière des briques en *spina di pesce* (en **arête de poisson**) inspirée des Étrusques : les spirales de briques verticales ainsi créées entre les lits de briques horizontales répartissent le poids à tout moment de la construction en déviant la poussée vers les angles de l'octogone. Cela permettait également d'interrompre la possible formation d'une ligne de rupture circulaire entre deux lits horizontaux.



1. Échauffement 10'
2. Rappels 10'
3. Cours 65'
 - a. Les arcs
 - b. La poussée au vide
 - c. Une forme idéale ?
 - d. Les voûtes en berceaux
 - e. Les dômes
4. Bilan 5'

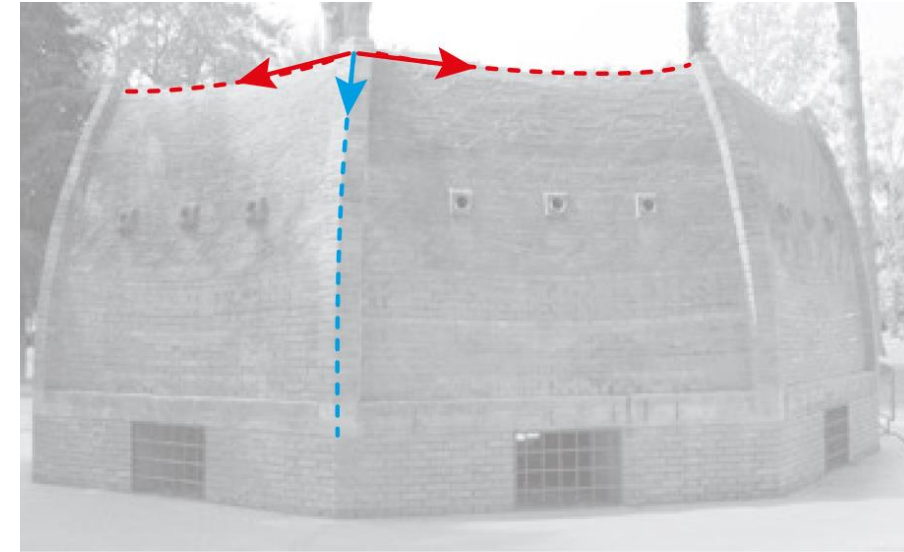
3.e Les dômes

LES DÔMES : LA MISE EN CHARGE

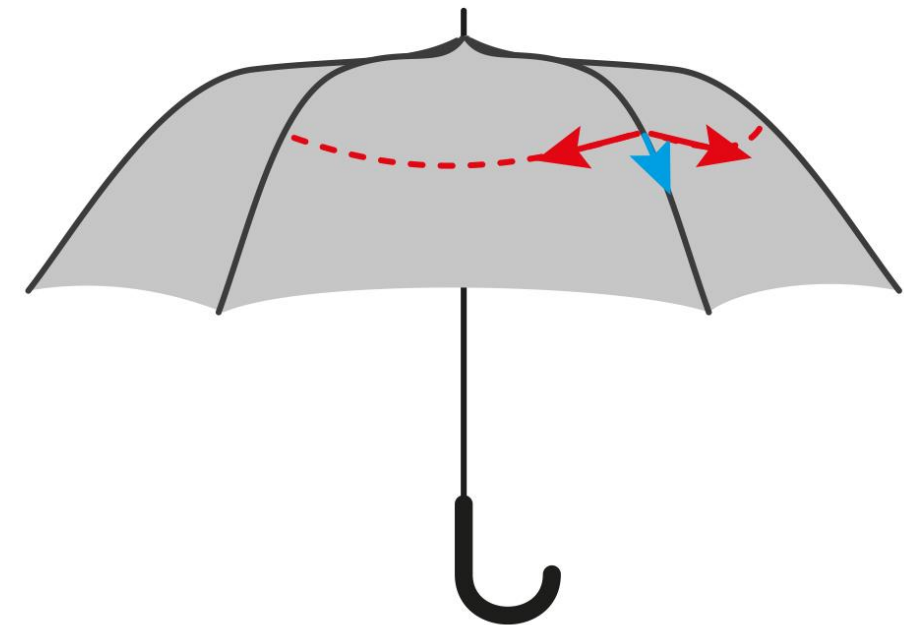
Solution 2 : Réaliser un dôme **autoportant** (qui n'a pas besoin d'être étayé), même en cours de construction.

De plus, on retrouve des chaînettes, localement, dans chaque pan du dôme : les lits de brique ne sont en réalité pas sur le même plan, ils forment une parabole vers le bas, comme un caténaire sous son poids propre. En traction, cette forme permet sans doute d'équilibrer la poussée des contreforts, comme le tissu tendu d'un parapluie empêche les baleines de trop s'ouvrir.

Brunelleschi a en quelque sorte exploité l'effet de membrane, simplement grâce à une disposition réfléchie des briques, en forme de chaînette, deux siècles et demi avant que Hooke n'énonce le principe du funiculaire !



Modèle réduit à l'échelle 1/5^e par Massimo Ricci.



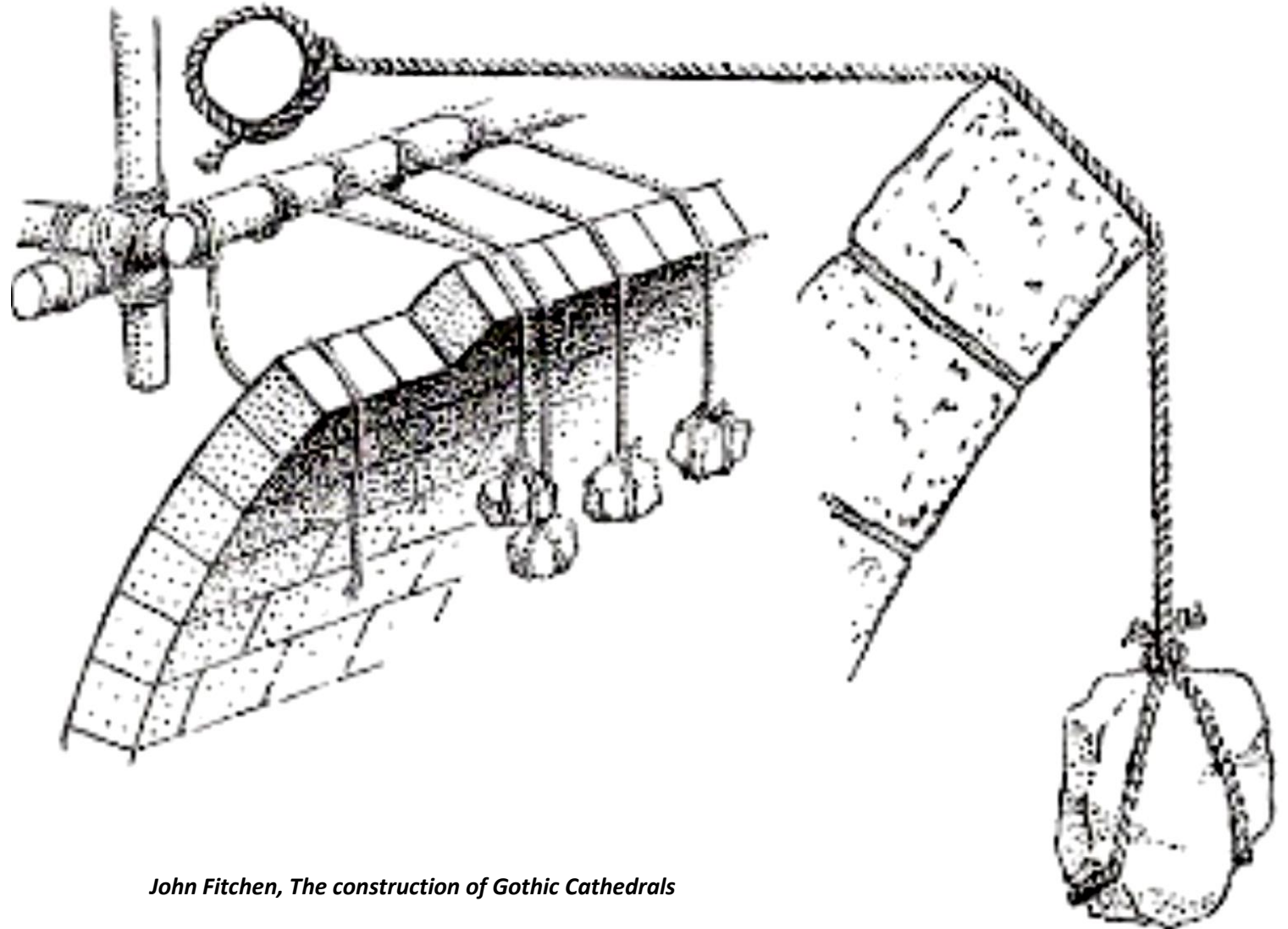
1. Échauffement 10'
2. Rappels 10'
3. Cours 65'
 - a. Les arcs
 - b. La poussée au vide
 - c. Une forme idéale ?
 - d. Les voûtes en berceaux
 - e. Les dômes
4. Bilan 5'

3.e Les dômes

LES DÔMES : LA MISE EN CHARGE

Solution 2 : Réaliser un dôme **autoportant** (qui n'a pas besoin d'être étayé), même en cours de construction.

Une méthode ancienne est très efficace pour les arcs ou les voûtes consiste à mettre les claveaux en compression par des lests pendants au bout de cordages.



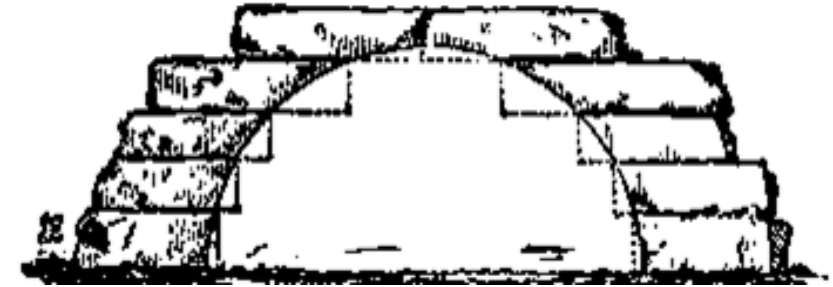
John Fitchen, The construction of Gothic Cathedrals

1. Échauffement 10'
2. Rappels 10'
3. Cours 65'
 - a. Les arcs
 - b. La poussée au vide
 - c. Une forme idéale ?
 - d. Les voûtes en berceaux
 - e. Les dômes
4. Bilan 5'

3.e Les dômes

LES DÔMES : LA MISE EN CHARGE

Solution 2 : Réaliser un dôme **autoportant** : la construction en **encorbellement** permet également de se passer de cintres



Les trulli, habitats typiques de la région des Pouilles (Italie) sont des dômes construits en encorbellement.

SOMMAIRE – S2-C7

LES ARCS, LES VOÛTES EN BERCEAU ET LES DÔMES

1. Échauffement 10'
2. Rappels 10'
3. Cours 65'
 - a. Les arcs
 - b. La poussée au vide
 - c. Une forme idéale ?
 - d. Les voûtes en berceaux
 - e. Les dômes
4. Bilan 5'

S2-C7 LES ARCS, LES VOÛTES EN BERCEAU ET LES DÔMES

3.e Les dômes

LES DÔMES : LA MISE EN CHARGE

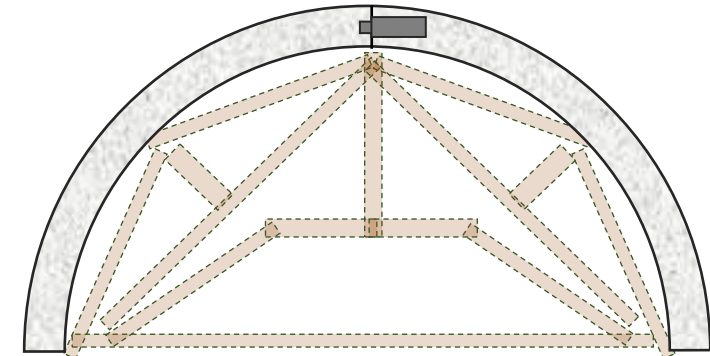
Enfin, citons deux idées ingénieuses de Freyssinet .

La première est le décintrement par vérinage, employé pour la première fois sur le pont de Prairéal-sur-Besbre. Un vérin placé au niveau de la clef de voûte permet de déplacer les deux demi-arcs après leur construction, libérant immédiatement le cintre.

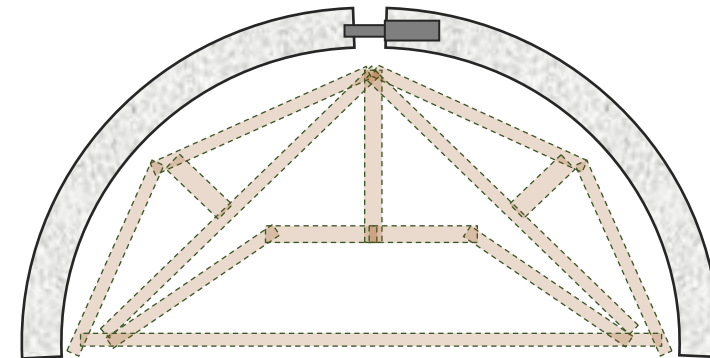


Indice E
S. EBODE – M. LEYRAL

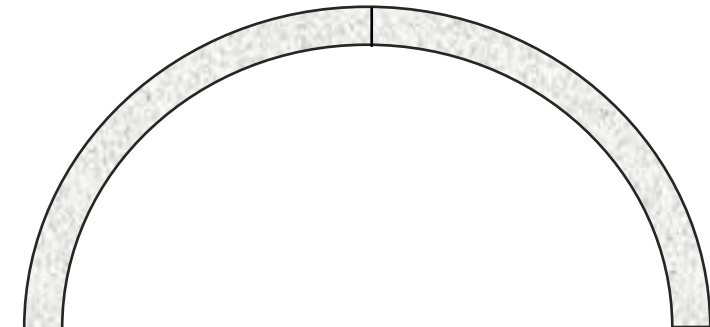
1 – Construction de l'arche,
mise en place du vérin à la clef



2 – Actionnement du vérin, les demies-arcs se séparent
et libèrent le cintre



3 – Retrait du cintre ainsi libéré



SOMMAIRE – S2-C7

LES ARCS, LES VOÛTES EN BERCEAU ET LES DÔMES

1. Échauffement 10'

2. Rappels 10'

3. Cours 65'

- a. Les arcs
- b. La poussée au vide
- c. Une forme idéale ?
- d. Les voûtes en berceaux
- e. Les dômes

4. Bilan 5'

S2-C7 LES ARCS, LES VOÛTES EN BERCEAU ET LES DÔMES

3.e Les dômes

LES DÔMES : LA MISE EN CHARGE

L'autre idée fut un des tout premiers pas vers la **précontrainte**.

La pression exercée par les voûtes doit être équilibrée à la base par la tension d'un tirant. En suivant ce raisonnement à rebours, on peut utiliser la mise en tension de tirants avant décentrement pour faciliter celui-ci.



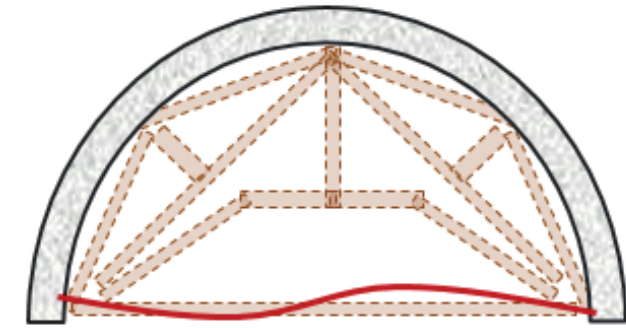
Exemple : arcs à double courbure, double hangar d'aviation de Marignane (Auguste Perret arch., Nicolas Esquillan ing., 1952 ; entreprise : Bourisson) en voiles minces de 6 cm de béton armé, portée : 101,5 m

*Les arcs, ou "ondes", étaient posés sur des cintres roulants, autre invention de Freyssinet. Les câbles destinés à reprendre leur poussée au vide ont été prétendus alors que les ondes étaient toujours étayées par le cintre, donc soulagées de toute compression. La mise en tension a introduit de la compression dans les voûtes, qui se sont alors légèrement soulevées et ont libéré le cintre. **Dans ce système, c'est la tension des tirants qui entraîne la libération de la voûte et donc sa mise en charge, et non l'inverse.***

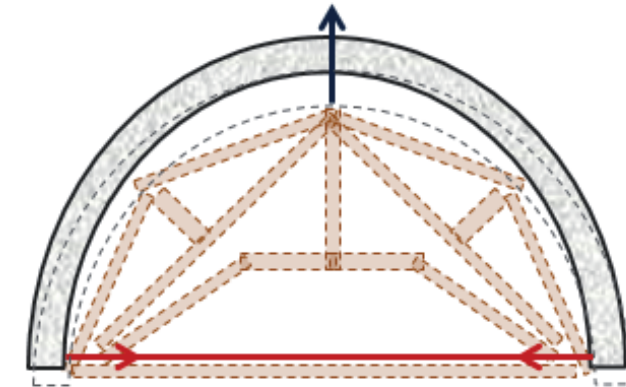
Indice E

S. EBODE – M. LEYRAL

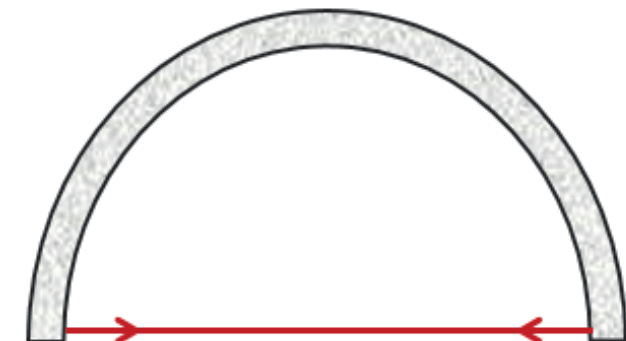
1 – Construction de l'arche, mise en câble du câble non rendu



2 – Mise en tension du câble, l'arche se soulève



3 – Retrait du cintre ainsi libéré



1. Échauffement **10'**
2. Rappels **10'**
3. Cours **65'**
 - a. Les arcs
 - b. La poussée au vide
 - c. Une forme idéale ?
 - d. Les voûtes en berceaux
 - e. Les dômes
4. Bilan **5'**

Qu'a-t-on appris aujourd'hui?

À LA SEMAINE PROCHAINE !



Rolex Learning Center, Lausanne (Suisse), 2004 - 2010 - SANAA