

Le flambement : les effets de la longueur de flambement

Objectifs : Caractériser par une expérimentation les effets de la longueur de flambement. Nous allons utiliser le cas du World Trade Center et les raisons de son écroulement. Cette situation sera illustrée par deux maquettes : une possédant un plancher central et l'autre non. Nous allons ensuite comparer les efforts de compression nécessaires sur chacune d'entre elles, d'une part par le calcul et d'autre part expérimentalement via une balance.

Le flambement

Qu'est-ce que le flambement ?

C'est un phénomène d'instabilité d'une structure qui pour échapper à une charge importante exploite un mode de déformation non sollicité mais opposant moins de raideur à la charge. La notion de flambement s'applique généralement à des poutres élancées qui lorsqu'elles sont soumises à un effort normal de compression, ont tendance à fléchir et se déformer dans une direction perpendiculaire à l'axe de compression (passage d'un état de compression à un état de flexion).

La force critique : formule d'Euler

On constate que la forme rectiligne d'équilibre d'une tige comprimée n'est stable que dans le cas où la force de compression est inférieure à une valeur déterminée dite critique.

On peut démontrer grâce à la théorie d'Euler que cette force vaut :

$$N_c = \frac{\pi^2 EI}{l^2}$$

La force critique est donc intrinsèque à l'élément. Si on se saisit d'un quelconque élément, celui-ci a une force critique qui lui est propre : si on pousse dessus moins fort que cette force, l'élément se comprime normalement, si on pousse dessus plus fort que la force critique, il flambe.

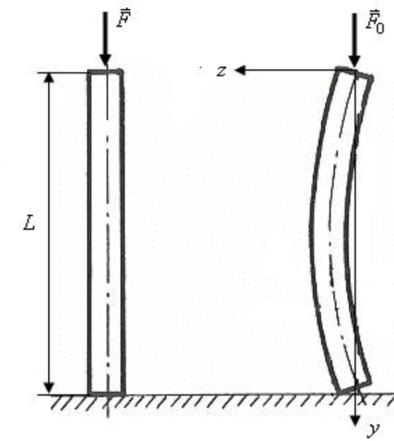
Longueur de flambement donnée par :

$$l_f = k_f l$$

k_f : coefficient de réduction de la longueur

l : longueur de la barre

Ce coefficient k_f montre par combien il faut multiplier la longueur d'une tige articulée pour que sa charge critique soit égale à celle de la tige de longueur l dans des conditions de fixations envisagées.



Coefficient de réduction de la longueur k_f (Flambement)	
Barre bi-articulée	1
Barre simplement encastrée	2
Barre articulée et encastrée	0.7
Barre doublement encastrée	0.5

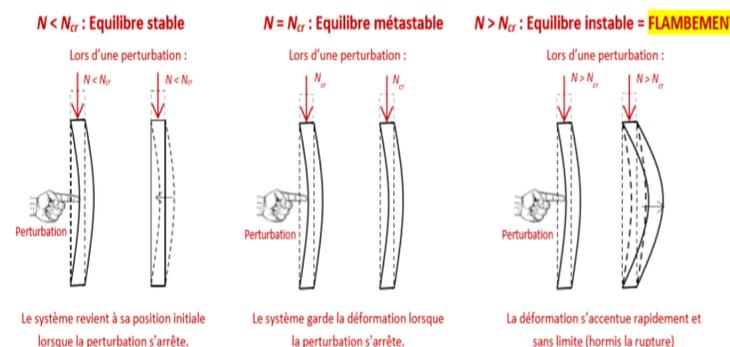
Explication énergétique du flambement

Le flambement dépend aussi des conditions aux limites, à savoir la nature des liaisons aux extrémités de la poutre (encastrement ou articulation notamment).

-e flambement est une instabilité intervenant lorsque un effort de compression exercé sur une structure dépasse une certaine valeur appelée force critique et noté N_{cr} qui provoque des déformations de flexion incontrôlables et donc la rupture de l'éléments

il existe différents types d'équilibres :

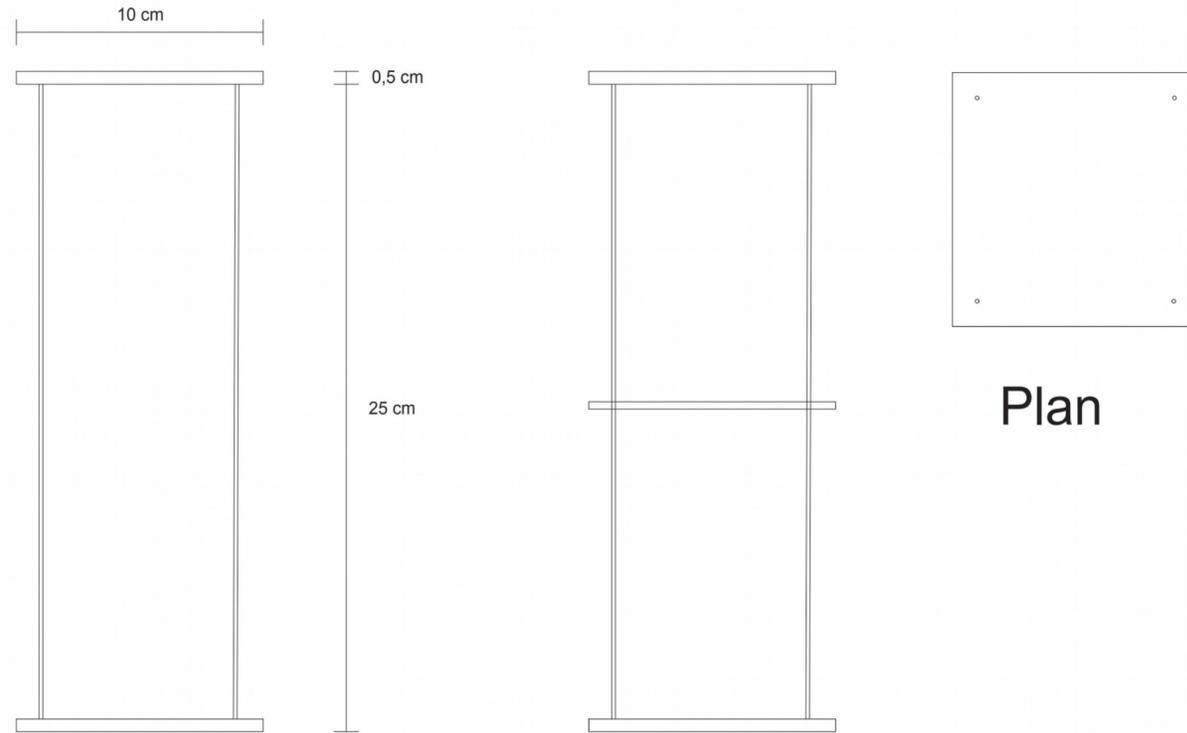
état stable : lors de la compression, l'objet s'affaisse, se raccourcit. La force de compression exercée N est faible, inférieure à N_{cr} ; lorsqu'un petit déplacement horizontal est imposé à l'objet, celui-ci revient dans sa position initiale lorsque la perturbation s'arrête.



Le flambement : les effets de la longueur de flambement

ENSAPLV L2-S4 2018-2019

HUMBERT Alexandre DEBAILLENCOURT Thibaut BOURGUIGNON Axelle ROBERT Léandre BEHETY Mathilde MIRANDA Ana



Plan

Élévations

Pour expliquer le flambement en dispositif, nous avons créé deux maquettes d'études qui seront soumises au phénomène :

- soit une maquette possédant quatre poteaux reliant deux planchers espacés de 25 cm de hauteur.
- soit une maquette possédant quatre poteaux et deux planchers espacés de 25 cm ainsi qu'un plancher intermédiaire placé au milieu de la hauteur, soit 12,5 cm.

Anticipation par le calcul :

II :

$$l_f = 0,5e = 0,5 \times 24,4 = 12,2 \text{ m}$$

$$I = \frac{\pi d^4}{64} = 5 \text{ mm}^4$$

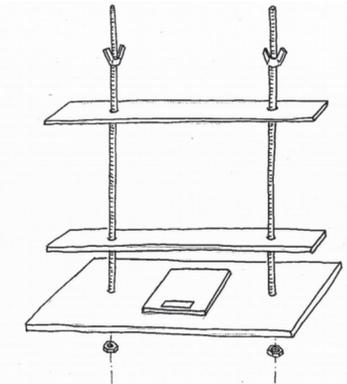
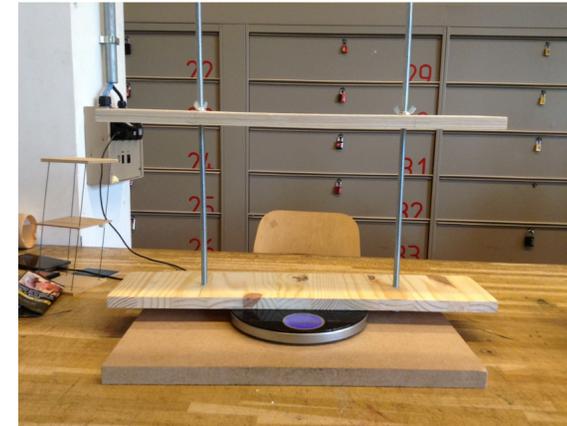
$$E_s = 210 \text{ N/mm}^2$$

$$N_{cr} = \frac{210 \times 5 \times \pi^2}{(122)^2} = 0,6 \text{ N}$$

en 2D, il y a 2 poutres
donc $N_{cr} = \frac{0,6}{2} = 3 \text{ kg}$

III :

$$\text{donc } N_{cr} = 2N_{cr1} = 6 \text{ kg}$$



Nous savons que les maquettes réagiront différemment au flambement pour une charge identique.

Pour ce faire, nous avons fabriqué un dispositif permettant de comprimer les éléments.

L'objet se compose d'un socle sur lequel est fixé deux tiges métalliques filées. Elles permettent de retenir deux planches de bois entre lesquelles nous installons les maquettes d'études. Deux boulons « papillons » permettent de baisser la planche supérieure et ainsi de comprimer l'élément voulu. Nous avons ajouté une balance entre le socle et la planche inférieure afin de connaître la force exercée sur l'élément flambé.



Nous pouvons constater que la maquette sans plancher intermédiaire flambe plus rapidement que la maquette avec plancher intermédiaire ; soit 3kg pour la première et 6kg pour la seconde.

Le flambement : les effets de la géométrie sur le flambement

ENSAPLV L2-S4 2018-2019

HUMBERT Alexandre DEBAILLENCOURT Thibaut BOURGUIGNON Axelle ROBERT Léandre BEHETY Mathilde MIRANDA Ana

Le dispositif précédent nous a permis de comprendre que plus la longueur de l'élément est élevée, plus il est facile de le flamber. Cependant, les éléments structurels flambent pour des longueurs différentes selon leur section. Cela implique donc d'étudier le moment quadratique.

Notre définition du moment quadratique : grandeur qui mesure la capacité d'une section de poutre à résister à une déformation forcée par rapport à un axe ou un point. Elle est liée à la géométrie d'une section contrairement au moment d'inertie qui est lié à la masse.

Le moment quadratique d'une section S s'étudie en calculant les déplacements de matière par rapport à deux axes et un point : respectivement Ox, Oy et le point O.

Il faut donc calculer le moment quadratique selon ces deux axes et point :

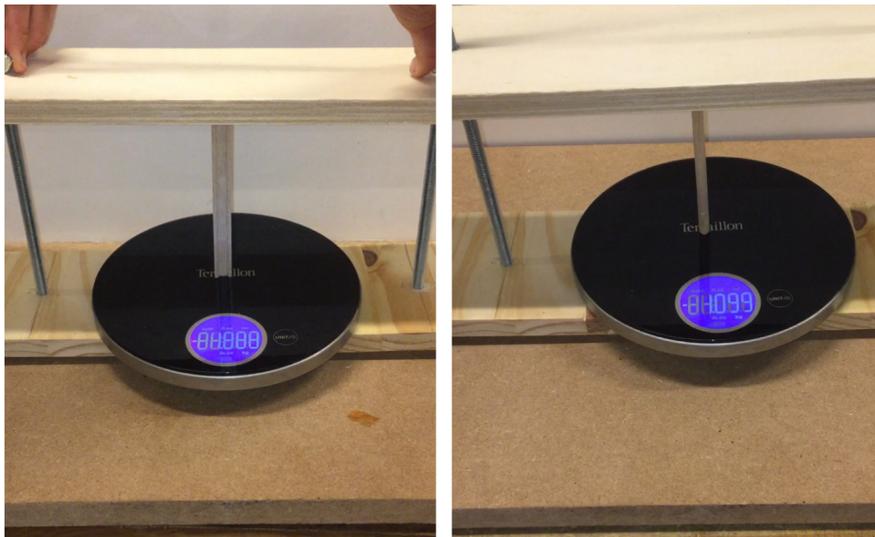
Pour une section carrée : $I_x = I_y = a^4/12$ et $I_o = I_y + I_x$ (cas général) donc $I_o = a^4/6$

Le tableau suivant résume alors ces moments d'inertie propres à chaque section.

$I_{Gz} = \frac{bh^3}{12}$	$\frac{a^4}{12}$	$\frac{\pi d^4}{64}$	$\frac{\pi (D^4 - d^4)}{64}$

Nous avons réalisé un second dispositif pour montrer que la section d'une poutre a une influence sur la longueur de flambement.

But de l'expérience : Nous avons sélectionné 3 sections de poutres différentes (rond, carré, en «h») de même surface et de même longueur. Ainsi, nous allons montrer que chaque poutre flambe pour des forces différentes



Tests sur les trois sections : en «H», circulaire et carrée (de droite à gauche)

Anticipation par le calcul

On dimensionne avec : $N_{cr} = EI\pi^2/Lf^2$. Chaque élément mesure 15cm et ont tous une même surface. Nous observons pour quelle force chacune d'entre elle casse.

Les expériences montrent :

- la section ronde cède à 4kg
- la section carré cède à 4 kg
- la section en «H» cède pour un très grand poids, entre 20 et 30kg

en H:

$$I_{z,z} = \frac{5 \times 9^3}{12} = 303,75 \text{ mm}^4$$

Inertie rectangle plein:

$$2 \times \left(\frac{1,5 \times 5^3}{12} \right) = \frac{1,5 \times 5^3}{6} = 15,6 \text{ mm}^4$$

donc Inertie profilée:

$$303,75 - 15,6 = 288,15 \text{ mm}^4$$

$$N_{cr} = \frac{24 \times 288,15 \times \pi^2}{150^2}$$

carré:

$$I = \frac{bh^3}{12} = \frac{4 \times 5^3}{12} = 41,6 \text{ mm}^4$$

$$N_{cr} = \frac{24 \times 41,6 \times \pi^2}{150^2} = 0,4 \text{ N} = 4 \text{ kg}$$

rond:

$$I = \frac{\pi B^4}{64} = \frac{\pi 625}{64} = 30,6 \text{ mm}^4$$

$$N_{cr} = \frac{24 \times 30,6 \times \pi^2}{150^2} = 0,22 \text{ N} = 3,2 \text{ N}$$

Nous comprenons alors pourquoi la section en H ou I est la plus utilisée dans le bâtiment. Pour une même surface et une même taille, la poutre en H flambe à une force bien plus importante que la carrée ou circulaire.

Ainsi, le flambement est le phénomène expliquant la déformation d'un poteau ou d'une poutre soumis à une charge. Nous avons voulu le démontrer par une expérience tirée de l'évènement lié à l'effondrement du World Trade Center à New York. En effet nous avons observé la réaction au flambement de deux tours de même hauteur mais avec deux longueurs de poteaux différentes. La tour avec plancher intermédiaire a résisté à une force de 6 kg avant de flamber, tandis que l'autre a résisté à seulement 3.

Pour aller plus loin dans ce phénomène, nous nous sommes interrogés sur le moment quadratique, et l'influence de la section du poteau ou de la poutre dans sa résistance au flambement. Nous avons alors réalisé une expérience en chargeant des sections carrée, ronde et en « H ». Les sections ronde et carrée flambent à de 4kg tandis que celle en H flambent à 30kg. Suite à ces différentes expériences, nous pouvons conclure qu'en choisissant une longueur et une section convenablement choisies pour un élément, nous pourrions améliorer sa stabilité.