

CM : STRUCTURE 1

CYCLE LICENCE S3/S4

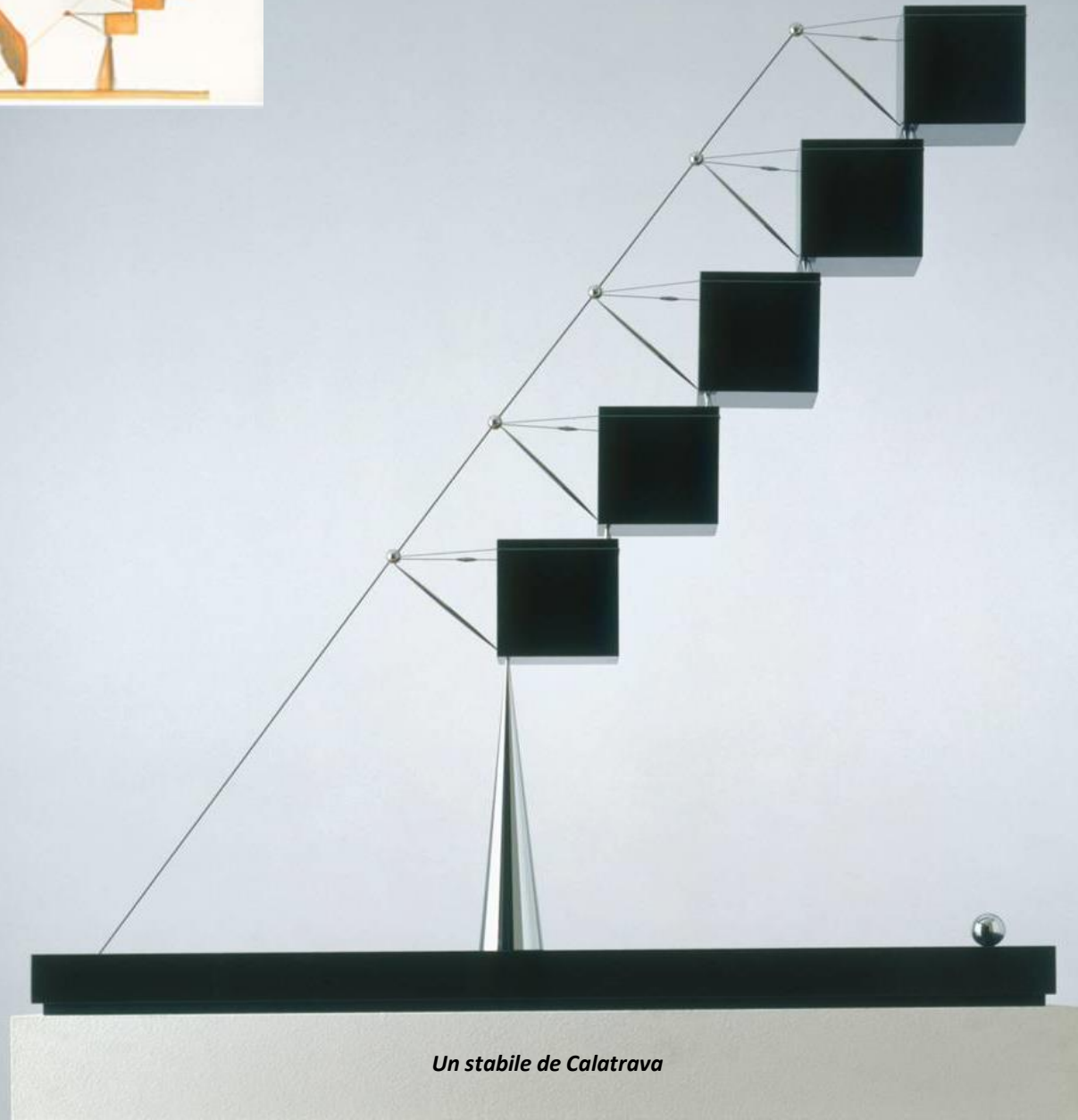
Marc LEYRAL

Sylvain EBODE

S1-C2

LES ÉQUILIBRES EXTERNES

*Notion d'équilibres de forces et de moments,
d'action et de réaction, le Principe
Fondamental de la Statique*



Un stable de Calatrava

1. Échauffement 10'

2. Rappels 10'

3. Cours 45'

- a. Présentation
- b. 2^{ème} loi de Newton
- c. 1^{ère} loi de Newton
- d. PFS
- e. 3^{ème} loi de Newton

4. Application 20'

5. Bilan 5'

S1-C2 LES ÉQUILIBRES EXTERNES

1. ÉCHAUFFEMENT

Le verre à moitié vide ou à moitié plein ?

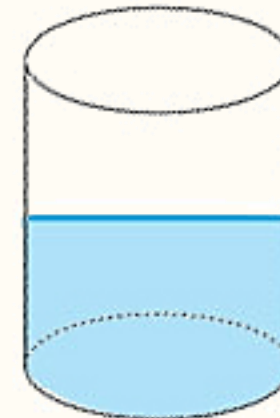
Vous avez dans les mains un verre qui est rempli à peu près à la moitié.

Parce que vous êtes un peu bizarre, vous souhaitez savoir précisément si le verre est rempli pile à la moitié, un peu plus ou un peu moins.

Vous n'avez aucun outil vous permettant de mesurer, uniquement le verre d'eau.

Comment faire ?

Précision : le verre est un cylindre droit.



<50% d'eau ?

=50% d'eau ?

>50% d'eau ?

1. ÉCHAUFFEMENT

1. Échauffement 10'

2. Rappels 10'

3. Cours 45'

- Présentation
- 2^{ème} loi de Newton
- 1^{ère} loi de Newton
- PFS
- 3^{ème} loi de Newton

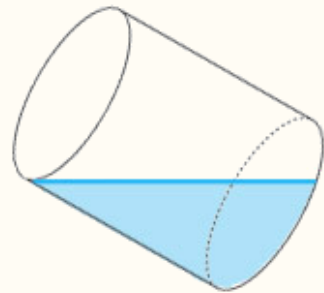
4. Application 20'

5. Bilan 5'

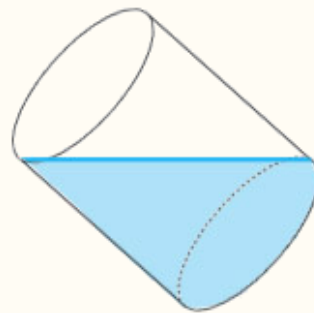
Plus ou moins que moitié plein?

Penchez le verre de façon que l'eau soit au raz du bord supérieur. Observez ensuite le fond du verre, il y a trois possibilités :

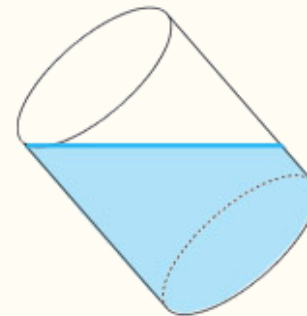
- L'eau ne couvre pas entièrement le fond → il y a moins de la moitié
- L'eau couvre plus que le fond → il y a plus de la moitié
- L'eau couvre juste le fond → le verre est à moitié plein (ou vide, comme vous voulez)



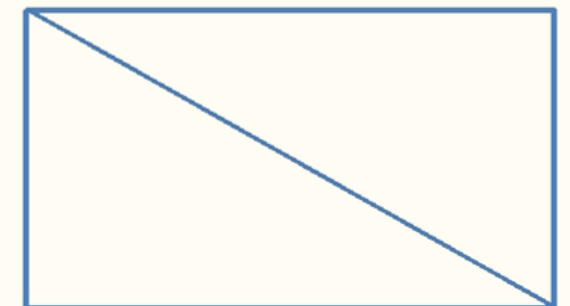
<50% d'eau



=50% d'eau



>50% d'eau



En effet, vu de côté, la diagonale d'un rectangle le coupe en deux parties égales.

1. Échauffement 10'

2. Rappels 10'

3. Cours 45'

- a. Présentation
- b. 2^{ème} loi de Newton
- c. 1^{ère} loi de Newton
- d. PFS
- e. 3^{ème} loi de Newton

4. Application 20'

5. Bilan 5'

S1-C2 LES ÉQUILIBRES EXTERNES

1. ÉCHAUFFEMENT

Question du jour:



S1-C2 LES ÉQUILIBRES EXTERNES

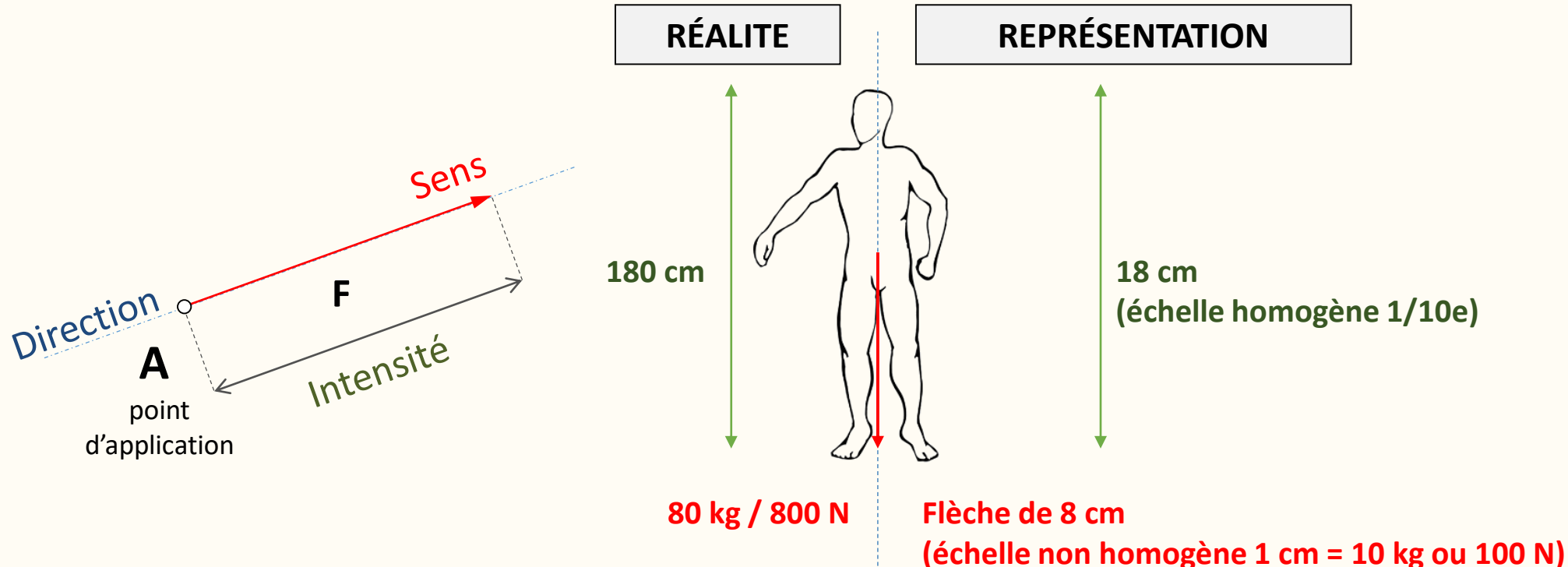
2. RAPPELS

NOTION DE FORCE :

Force = grandeur physique qui quantifie la capacité à **translater**.

Provoque le **glissement** des structures.

Représentation vectorielle : elle part d'un **point d'application**, suit une **direction** selon un **sens** et avec une **valeur (intensité)** exprimée en Newton [N].



- a. Présentation
- b. 2^{ème} loi de Newton
- c. 1^{ère} loi de Newton
- d. PFS
- e. 3^{ème} loi de Newton

1. Échauffement 10'

2. Rappels 10'

3. Cours 45'

- a. Présentation
- b. 2^{ème} loi de Newton
- c. 1^{ère} loi de Newton
- d. PFS
- e. 3^{ème} loi de Newton

4. Application 20'

5. Bilan 5'

S1-C2 LES ÉQUILIBRES EXTERNES

2. RAPPELS

NOTION DE MOMENT :

Moment = grandeur physique qui quantifie la capacité à **tourner (rotation)**.

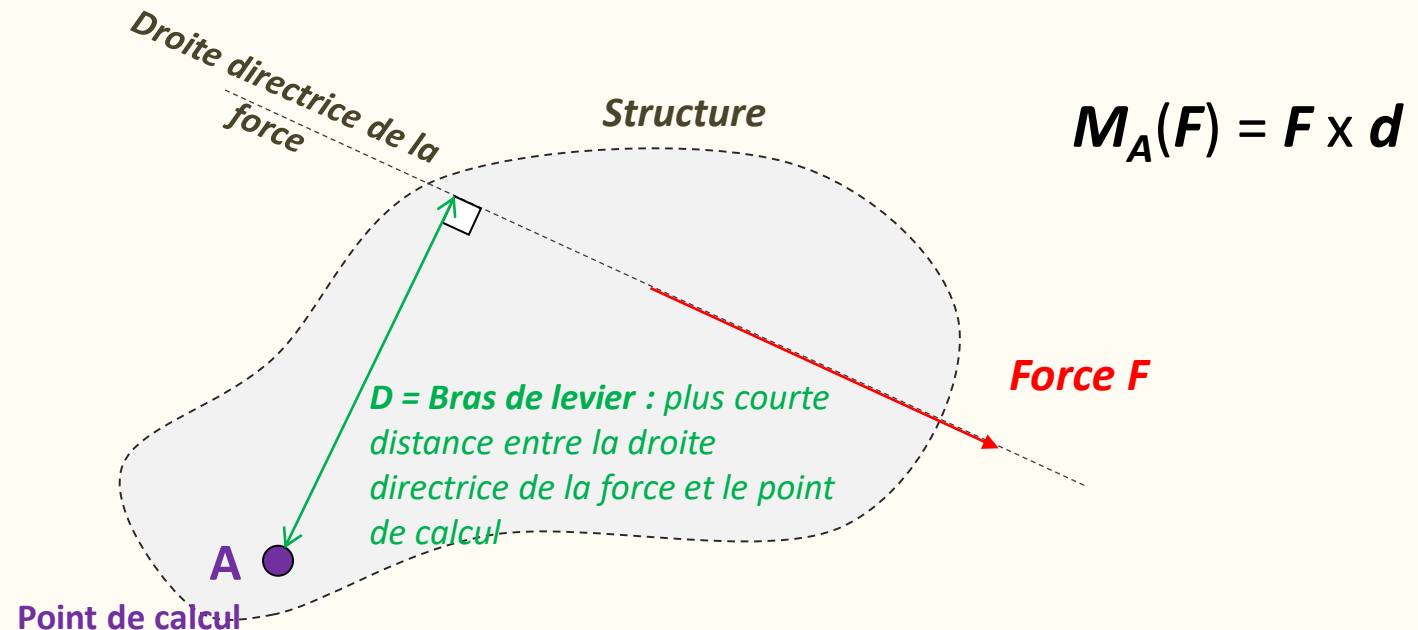
Provoque le **basculement** des structures.

Valeur = **produit d'une force par un bras de levier**

$$\text{MOMENT [N.m]} = \text{FORCE [N]} \times \text{DISTANCE [m]}$$

Le bras de levier est la distance qui sépare la force du point de calcul du moment.

Il s'agit de la **plus courte distance entre la droite d'application de la force et le point considéré.**



1. Échauffement 10'

2. Rappels 10'

3. Cours 45'

a. **Présentation**

b. 2^{ème} loi de Newton

c. 1^{ère} loi de Newton

d. PFS

e. 3^{ème} loi de Newton

4. Application 20'

5. Bilan 5'

S1-C2 LES ÉQUILIBRES EXTERNES

3.a. Présentation

LES ÉQUILIBRES EXTERNES : À QUOI ÇA SERT ?

- À modifier, dans le bon sens, notre façon de regarder une structure
- À organiser, donc mieux comprendre les actions des forces
- À comprendre ce qu'est un équilibre

PRÉREQUIS : QUELQUES NOTIONS DE BASES SONT SUFFISANTES

1. Les opérations de base: addition, soustraction, multiplication, division
2. La règle de trois ou proportionnalité
3. La notion d'échelle
4. **Avoir compris ce que sont les forces et les moments**

SOMMAIRE – S1-C2 LES ÉQUILIBRES EXTERNES

1. Échauffement 10'
2. Rappels 10'
3. Cours 45'
 - a. Présentation
 - b. 2^{ème} loi de Newton**
 - c. 1^{ère} loi de Newton
 - d. PFS
 - e. 3^{ème} loi de Newton
4. Application 20'
5. Bilan 5'

S1-C2 LES ÉQUILIBRES EXTERNES

3.b. 2^{ème} loi de Newton

DEUXIÈME LOI DE NEWTON

**Nous commençons par la deuxième loi car elle est générale
(la première loi est un cas particulier de la deuxième)**

« Soit un corps de masse m (constante) : l'accélération subie par ce corps dans un référentiel galiléen est proportionnelle à la résultante des forces qu'il subit, et inversement proportionnelle à sa masse m »

Ce qui s'écrit :

$$\vec{a} = \frac{\sum \vec{F}}{m} \quad \text{ou encore} \quad \sum \vec{F} = m * \vec{a}$$

1. Échauffement 10'

2. Rappels 10'

3. Cours 45'

a. Présentation

b. 2^{ème} loi de Newton

c. 1^{ère} loi de Newton

d. PFS

e. 3^{ème} loi de Newton

4. Application 20'

5. Bilan 5'

S1-C2 LES ÉQUILIBRES EXTERNES

3.b. 2^{ème} loi de Newton

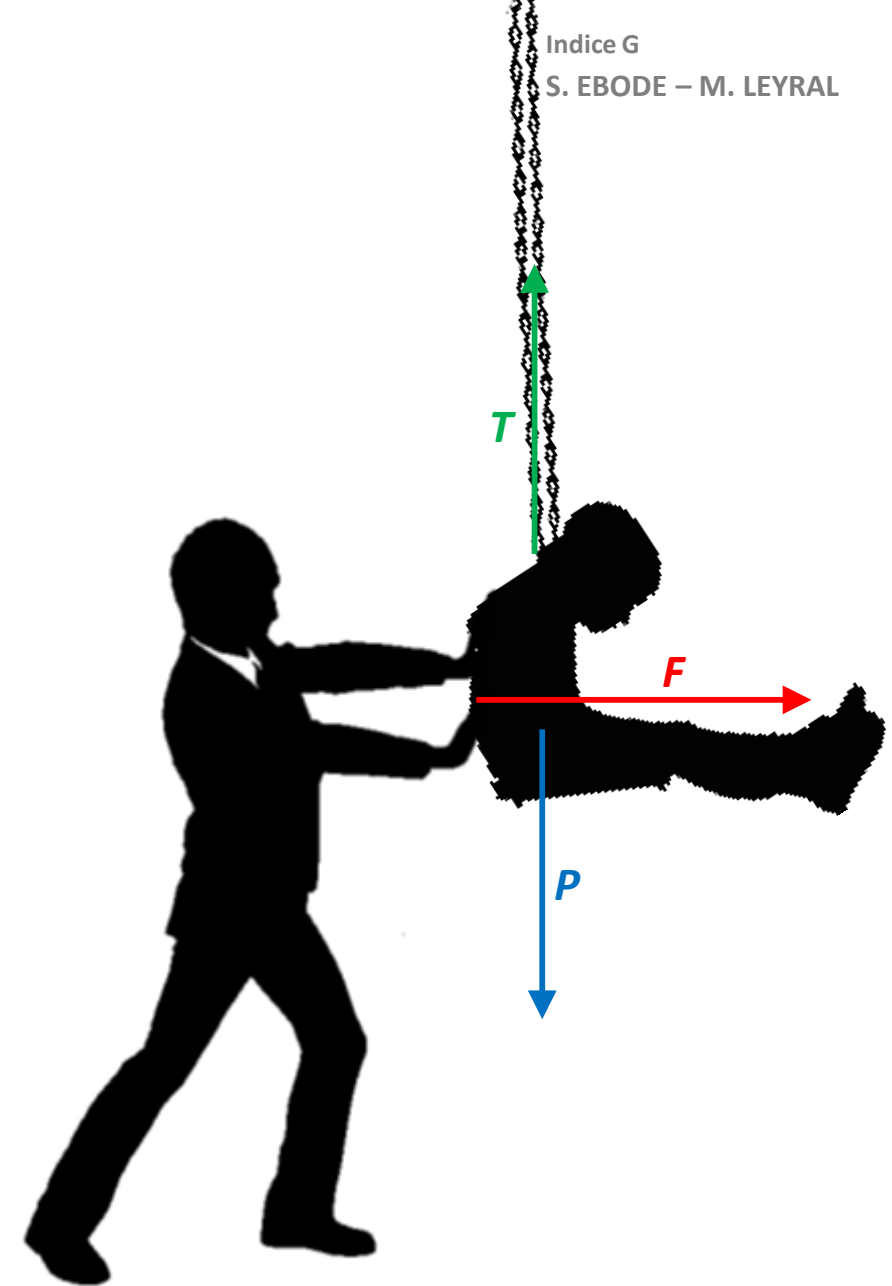
DEUXIÈME LOI DE NEWTON

Exemple d'un enfant sur la balançoire

1 - Inventaire des forces :

- Poids de l'enfant
 $P = m.g$ vers le bas
- Tension dans la balançoire = dans cette position à une réaction égale et opposée
 $T = m.g$ vers le haut, dans la direction du câble
- Poussée de l'adulte
 F vers la droite

Nous reviendrons sur ce principe d'Action/Réaction dans les slides à venir



SOMMAIRE – S1-C2 LES ÉQUILIBRES EXTERNES

1. Échauffement 10'

2. Rappels 10'

3. Cours 45'

a. Présentation

b. 2^{ème} loi de Newton

c. 1^{ère} loi de Newton

d. PFS

e. 3^{ème} loi de Newton

4. Application 20'

5. Bilan 5'

S1-C2 LES ÉQUILIBRES EXTERNES

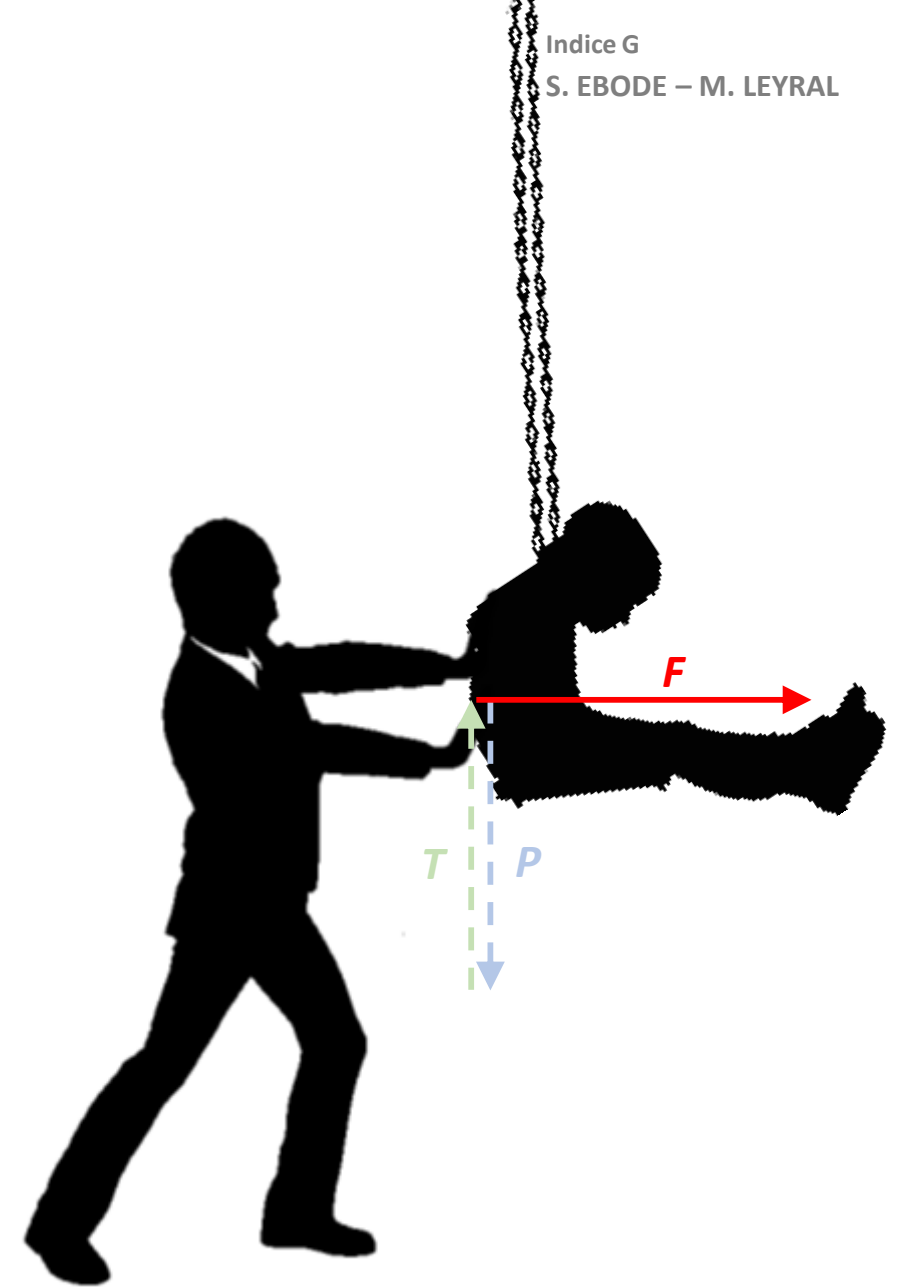
3.b. 2^{ème} loi de Newton

DEUXIÈME LOI DE NEWTON

Exemple d'un enfant sur la balançoire

2 - Sommes des forces :

- *Le poids et la tension s'annulent.*
- *La somme des forces est égale à la poussée F de l'adulte.*
- *On aussi peut le trouver graphiquement, en mettant les flèches bout à bout.*



SOMMAIRE – S1-C2 LES ÉQUILIBRES EXTERNES

1. Échauffement 10'
2. Rappels 10'
3. Cours 45'
 - a. Présentation
 - b. 2^{ème} loi de Newton**
 - c. 1^{ère} loi de Newton
 - d. PFS
 - e. 3^{ème} loi de Newton
4. Application 20'
5. Bilan 5'

S1-C2 LES ÉQUILIBRES EXTERNES

3.b. 2^{ème} loi de Newton

DEUXIÈME LOI DE NEWTON

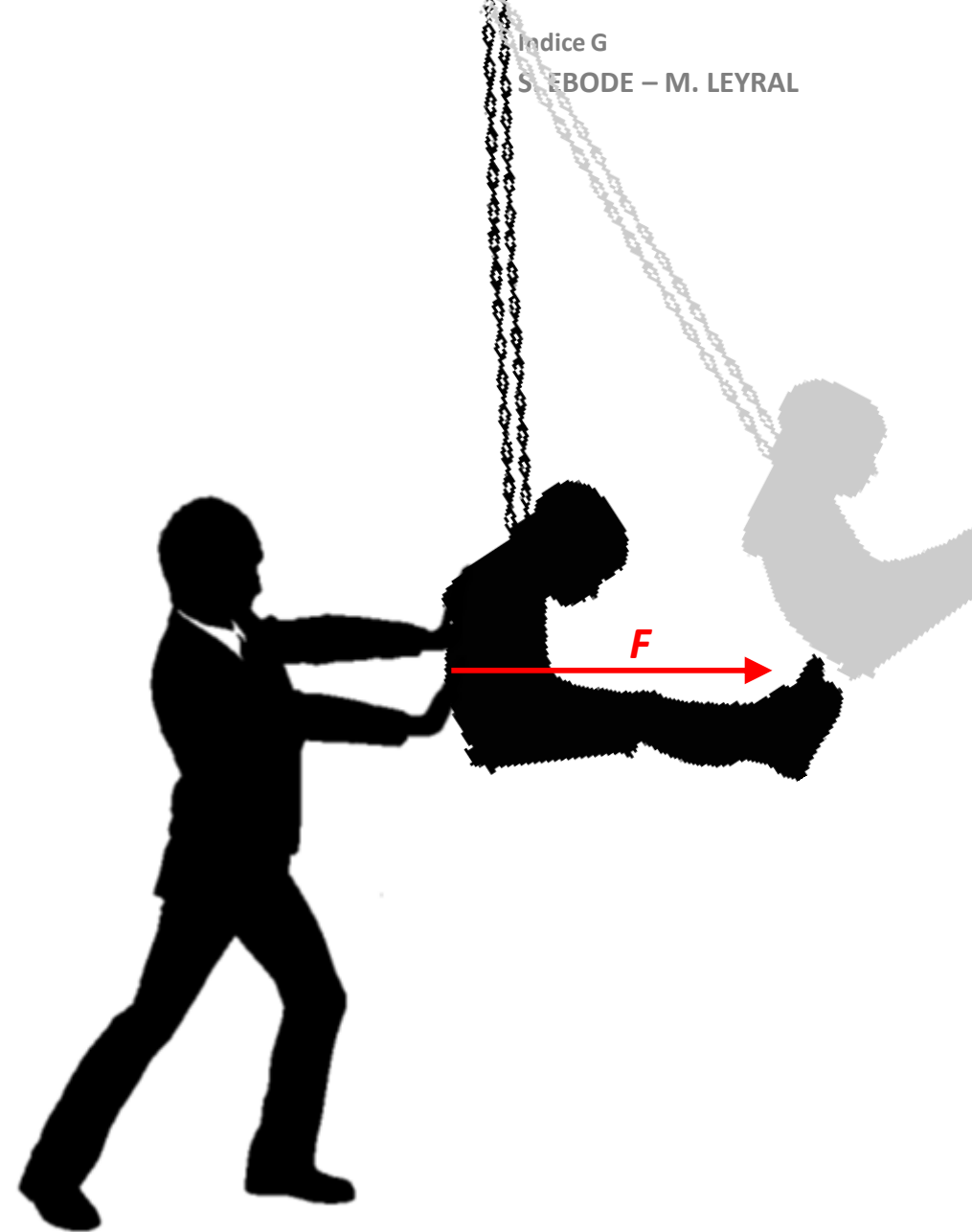
Exemple d'un enfant sur la balançoire

3 – Ce que dit la 2^{ème} loi de Newton :

- *Le corps de l'enfant subit une accélération égale à la somme des forces qui s'exercent sur lui, divisée par sa masse :*

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$$

- ***L'enfant subit donc une accélération horizontale***



SOMMAIRE – S1-C2 LES ÉQUILIBRES EXTERNES

1. Échauffement 10'

2. Rappels 10'

3. Cours 45'

- a. Présentation
- b. 2^{ème} loi de Newton
- c. 1^{ère} loi de Newton
- d. PFS
- e. 3^{ème} loi de Newton

4. Application 20'

5. Bilan 5'

S1-C2 LES ÉQUILIBRES EXTERNES

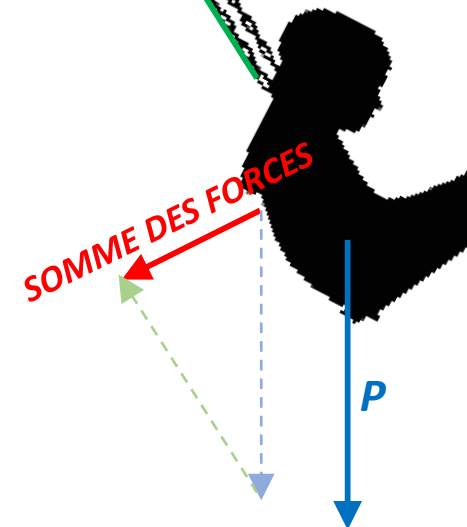
3.b. 2^{ème} loi de Newton

DEUXIÈME LOI DE NEWTON

Exemple d'un enfant sur la balançoire

4 – Et après ?

- *Le corps subit deux forces :*
 - *Le poids P vers le bas*
 - *La tension T dans le sens du câble*
- *La somme de ces forces indique le sens de l'accélération.*
- ***Cette nouvelle accélération tend à ramener l'enfant vers l'arrière.***



SOMMAIRE – S1-C2 LES ÉQUILIBRES EXTERNES

1. Échauffement 10'
2. Rappels 10'
3. Cours 45'
 - a. Présentation
 - b. 2^{ème} loi de Newton**
 - c. 1^{ère} loi de Newton
 - d. PFS
 - e. 3^{ème} loi de Newton
4. Application 20'
5. Bilan 5'

S1-C2 LES ÉQUILIBRES EXTERNES

3.b. 2^{ème} loi de Newton

EN ROUTE VERS LA PREMIÈRE LOI DE NEWTON

Les **structures** en architecture ne se déplacent pas :

Leur **accélération est donc nulle** ($a = 0$)
On parle alors du domaine de la **statique**

On peut alors transformer la deuxième loi de Newton en :

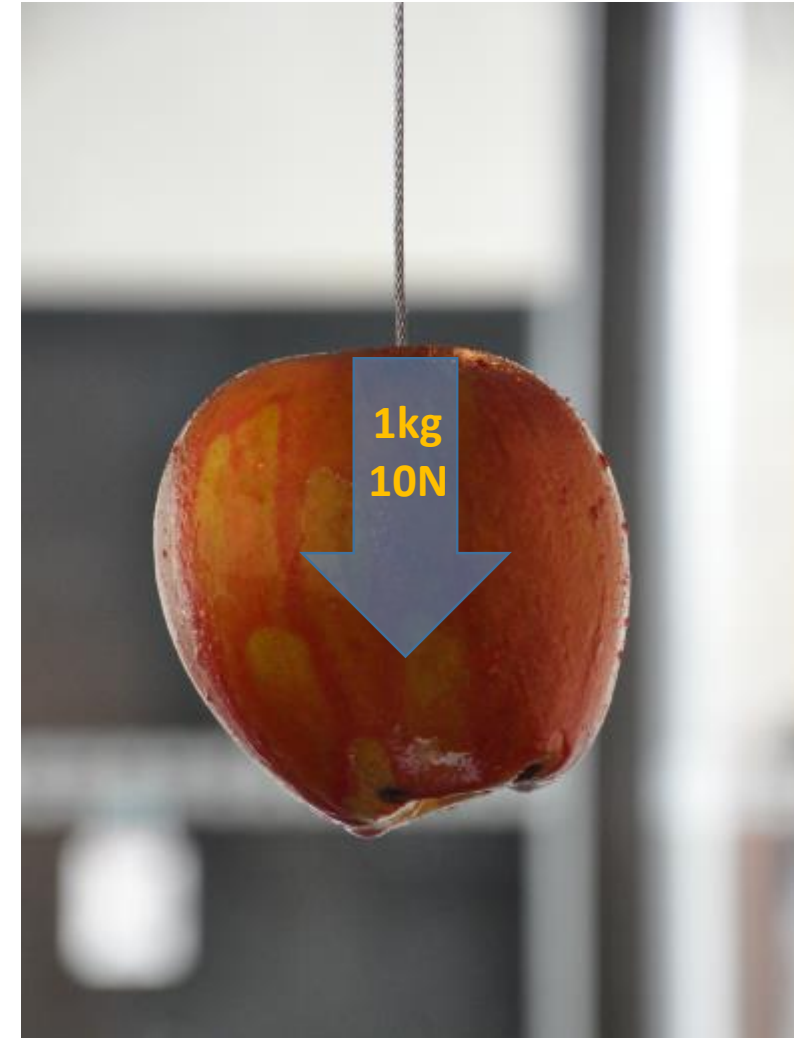
$$\vec{a} = \frac{\sum \vec{F}}{m} = \vec{0}$$

Donc, pour qu'un corps reste statique, il faut que la somme des forces qui s'exercent sur lui soit nulle :

$$\sum \vec{F} = \vec{0}$$

C'est justement l'énoncé de la **première loi de Newton**.

La première loi de Newton est donc qu'un cas particulier (celui qui nous intéresse en statique !) de la deuxième loi.



1. Échauffement 10'

2. Rappels 10'

3. Cours 45'

- Présentation
- 2^{ème} loi de Newton
- 1^{ère} loi de Newton**
- PFS
- 3^{ème} loi de Newton

4. Application 20'

5. Bilan 5'

S1-C2 LES ÉQUILIBRES EXTERNES

3.c. 1^{ère} loi de Newton

PREMIÈRE LOI DE NEWTON

« *Tout corps persévère dans l'état de repos ou de mouvement uniforme en ligne droite dans lequel il se trouve, à moins que quelque force n'agisse sur lui, et ne le contraigne à changer d'état.* »

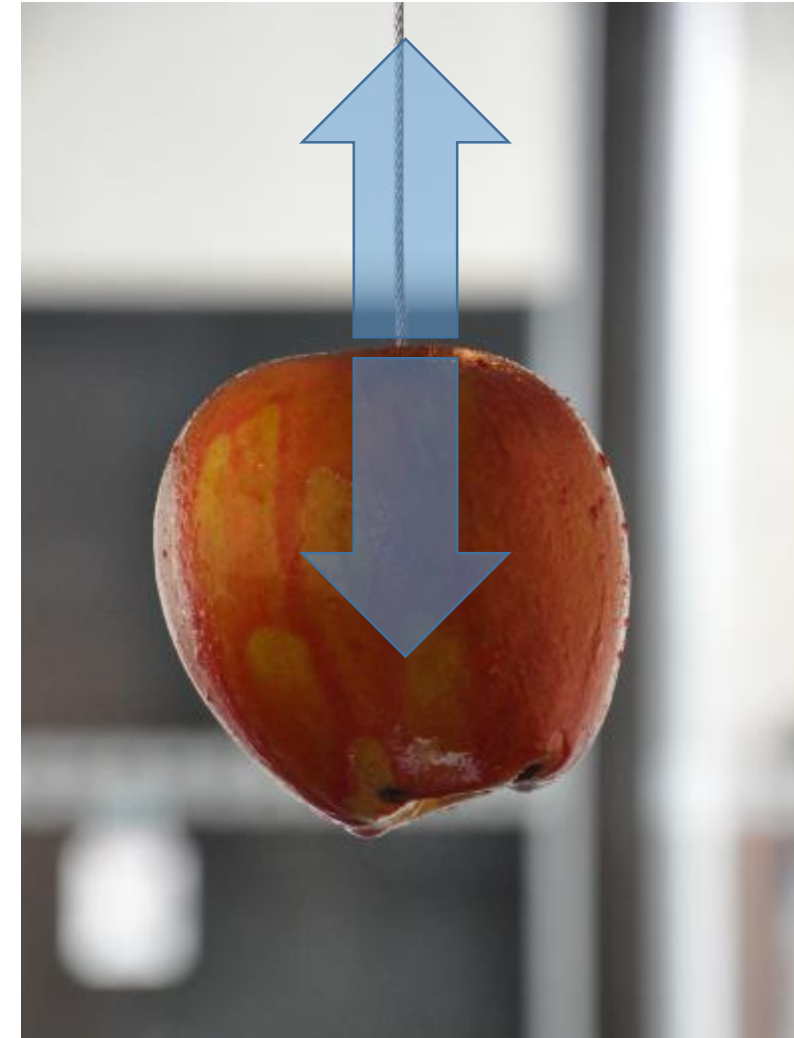
Ce qui signifie :

- Pour qu'un solide soit en équilibre, il faut donc que la somme des forces qui agissent sur ce solide soit nulle
- L'immobilité n'étant qu'un cas de mouvement rectiligne uniforme (à vitesse nulle), cette première loi nous permet de définir la notion d'équilibre.

Pour l'histoire : c'est **Galilée** qui a le premier énoncé ce principe

Dans le cadre de la statique (vitesse nulle), on appelle cette loi le théorème de la résultante statique :

$$\text{Corps en équilibre} \rightarrow \sum \vec{F} = \vec{0}$$



1. Échauffement 10'

2. Rappels 10'

3. Cours 45'

a. Présentation

b. 2^{ème} loi de Newton

c. 1^{ère} loi de Newton

d. PFS

e. 3^{ème} loi de Newton

4. Application 20'

5. Bilan 5'

S1-C2 LES ÉQUILIBRES EXTERNES

3.c. 1^{ère} loi de Newton

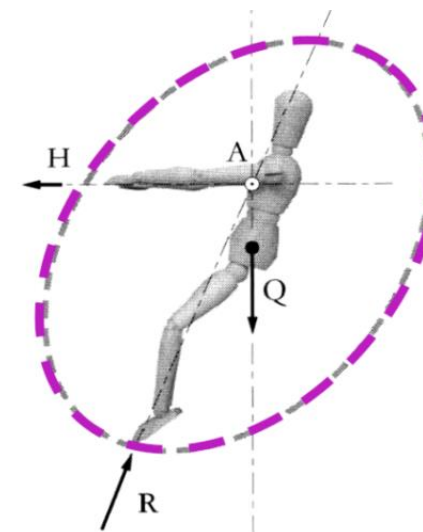
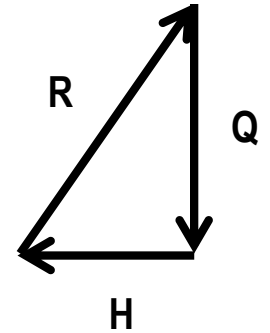
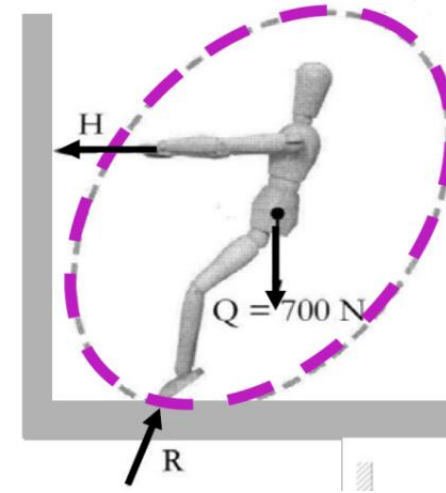
GÉNÉRALISATION

La loi de Newton se généralise dans le cas des solides indéformables.

Considérons le mannequin comme rigide.

Pour qu'il soit en équilibre, il faut que:

- Le polygone des forces se referme, **on dira que la somme des forces est nulle**
- Les lignes d'action des trois forces doivent converger en un seul point, **on dira que la somme des moments des forces est nulle.**



S1-C2 LES ÉQUILIBRES EXTERNES

3.d. Principe Fondamental de la Statique

LE PRINCIPE FONDAMENTAL DE LA STATIQUE (P.F.S.)

Le **principe fondamental de la statique** n'est rien d'autre que les lois de Newton, appliquées aux **corps immobiles**, et retranscrites en langage moderne.

Pour qu'un objet indéformable immobile (ou en mouvement rectiligne uniforme) reste dans son état, il faut et il suffit que:

- La somme des forces qui s'exercent sur lui soit nulle

C'est le théorème de la résultante statique

$$\sum \vec{F} = \vec{0}$$

- La somme des moments, calculés en un point A quelconque, qui s'exercent sur lui, soit nulle

C'est le théorème du moment statique

$$\sum M_A(\vec{F}) = 0$$

LE P.F.S. EST LA BASE DE TOUT LE COURS (STRUCTURE 1 ET STRUCTURE 2) :
IL DOIT ÊTRE CONNU ET ASSIMILÉ DÈS AUJOURD'HUI

SOMMAIRE – S1-C2 LES ÉQUILIBRES EXTERNES

1. Échauffement 10'
2. Rappels 10'
3. Cours 45'
 - a. Présentation
 - b. 2^{ème} loi de Newton
 - c. 1^{ère} loi de Newton
 - d. PFS
 - e. 3^{ème} loi de Newton
4. Application 20'
5. Bilan 5'

S1-C2 LES ÉQUILIBRES EXTERNES

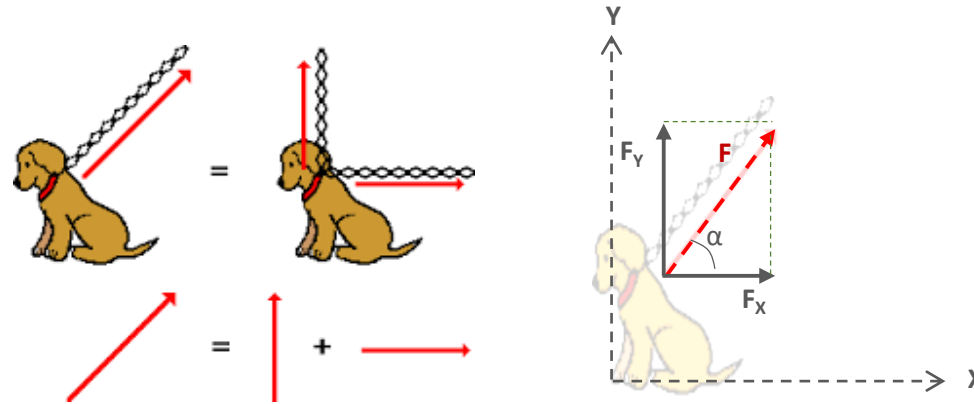
3.d. Principe Fondamental de la Statique

DÉCOMPOSITION DES FORCES

Les forces ne sont pas toujours verticales ou horizontales, elles sont parfois obliques.

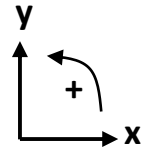
Afin de simplifier nos calculs, on décomposera toutes les forces en leurs **composantes horizontales et verticales**, qu'on additionnera séparément afin d'obtenir les résultantes.

On parlera de **système ou de représentation équivalente**.



$$\begin{cases} F_X = F * \cos(\alpha) \\ F_Y = F * \sin(\alpha) \end{cases}$$

Repère de calcul :



$$\text{PFS : } \begin{cases} \sum \vec{F} = \vec{0} \\ \sum M_A(\vec{F}) = 0 \end{cases} \begin{cases} \sum F_X = 0 \\ \sum F_Y = 0 \\ \sum M_A(\vec{F}) = 0 \end{cases}$$

SOMMAIRE – S1-C2 LES ÉQUILIBRES EXTERNES

1. Échauffement 10'

2. Rappels 10'

3. Cours 45'

- Présentation
- 2^{ème} loi de Newton
- 1^{ère} loi de Newton
- PFS**
- 3^{ème} loi de Newton

4. Application 20'

5. Bilan 5'

SOMMAIRE – S1-C2 LES ÉQUILIBRES EXTERNES

1. Échauffement 10'

2. Rappels 10'

3. Cours 45'

- Présentation
- 2^{ème} loi de Newton
- 1^{ère} loi de Newton
- PFS**
- 3^{ème} loi de Newton

4. Application 20'

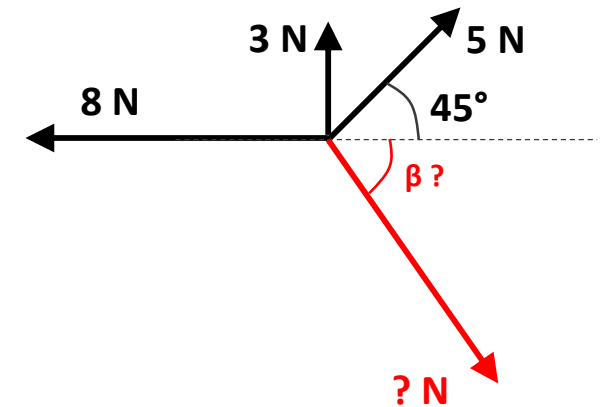
5. Bilan 5'

S1-C2 LES ÉQUILIBRES EXTERNES

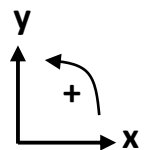
3.d. Principe Fondamental de la Statique

PFS : APPLICATION (SIMPLE) #1

Trouver la valeur et la direction de la 4^{ème} force permettant au nœud de rester en équilibre, de manière graphique et analytique.



Repère de calcul :



S1-C2 LES ÉQUILIBRES EXTERNES

3.d. Principe Fondamental de la Statique

PFS : APPLICATION (SIMPLE) #1

ANALYTIQUE :

Somme des forces en X = 0 :

$$\begin{aligned} -8 + 5 \cos(45) + N_X &= 0 \\ N_X &= 8 - 5 \cos(45) = 4,5 \text{ N} \end{aligned}$$

Somme des forces en Y

$$\begin{aligned} 3 + 5 \sin(45) - N_Y &= 0 \\ N_Y &= 3 + 5 \sin(45) = 6,5 \text{ N} \end{aligned}$$

Résultante

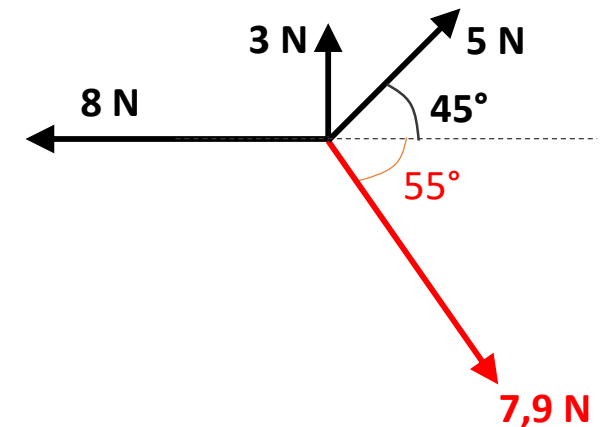
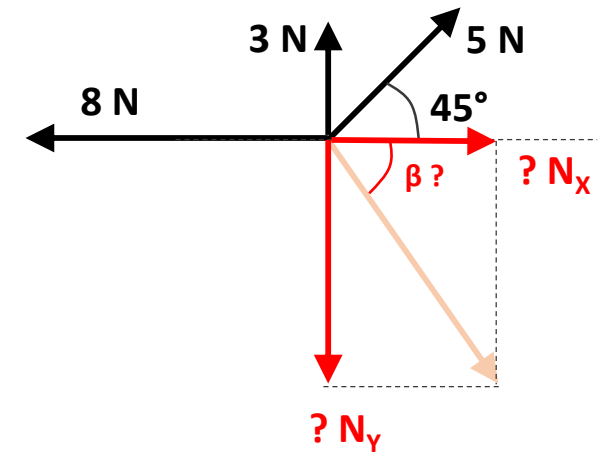
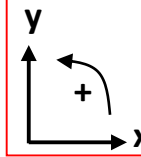
$$N_{TOT} = \sqrt{N_X^2 + N_Y^2} = \sqrt{4,5^2 + 6,5^2} = 7,9 \text{ N}$$

On peut aussi déterminer l'angle de la force :

$$\tan(\beta) = \frac{N_y}{N_x} = \frac{6,5}{4,5} = 1,44$$

$$\beta = \arctan(1,44) \approx 55^\circ$$

Repère de calcul :



S1-C2 LES ÉQUILIBRES EXTERNES

3.d. Principe Fondamental de la Statique

PFS : APPLICATION (SIMPLE) #1

GRAPHIQUE : *Fermeture du polygone des forces*

SOMMAIRE – S1-C2 LES ÉQUILIBRES EXTERNES

1. Échauffement 10'

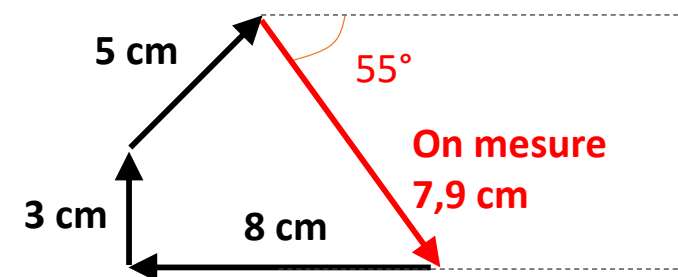
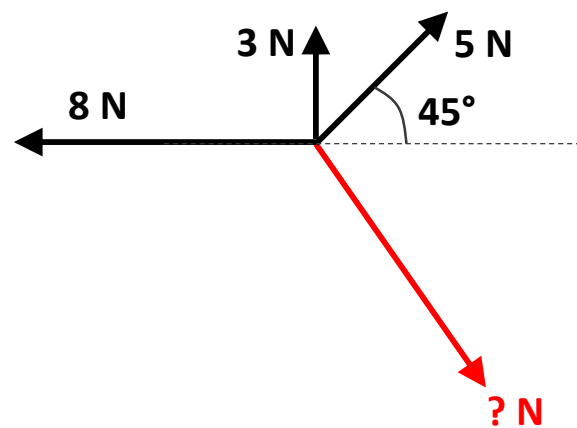
2. Rappels 10'

3. Cours 45'

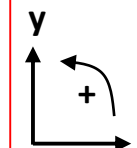
- a. Présentation
- b. 2^{ème} loi de Newton
- c. 1^{ère} loi de Newton
- d. PFS
- e. 3^{ème} loi de Newton

4. Application 20'

5. Bilan 5'



Repère de calcul :

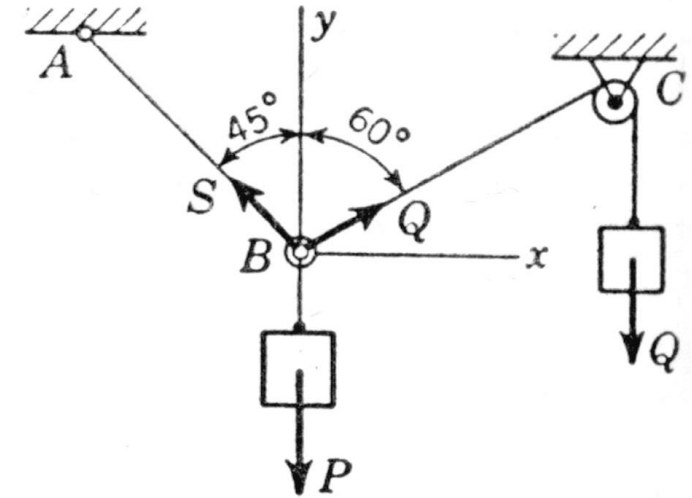


S1-C2 LES ÉQUILIBRES EXTERNES

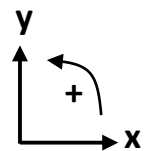
3.d. Principe Fondamental de la Statique

PFS : APPLICATION (SIMPLE) #2

Trouver la valeur de la force Q , sachant que la masse suspendue en B pèse 1,5 kg ?
On prendra $g = 10 \text{ m.s}^{-2}$



Repère de calcul :



SOMMAIRE – S1-C2 LES ÉQUILIBRES EXTERNES

1. Échauffement 10'

2. Rappels 10'

3. Cours 45'

- Présentation
- 2^{ème} loi de Newton
- 1^{ère} loi de Newton
- PFS**
- 3^{ème} loi de Newton

4. Application 20'

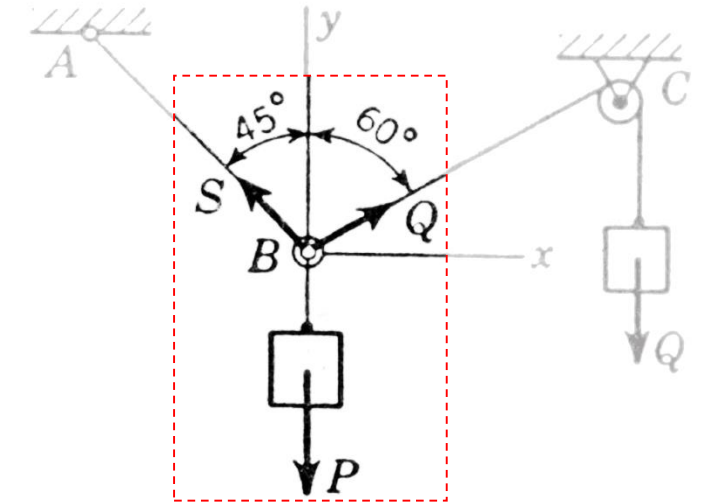
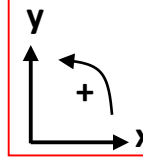
5. Bilan 5'

S1-C2 LES ÉQUILIBRES EXTERNES

3.d. Principe Fondamental de la Statique

PFS : APPLICATION (SIMPLE) #2

Repère de calcul :



Trouver la valeur de la force Q, sachant que la masse suspendue en B pèse 1,5 kg ?

On prendra $g = 10 \text{ m.s}^{-2}$

Avec cet exemple, nous allons voir qu'on peut appliquer le PFS sur la structure globale en équilibre (application précédente) ou **sur toute sous-structure, elle-même en équilibre.**

Ici, le nœud B est en équilibre, puisqu'il est immobile. **Nous pouvons donc l'isoler** et appliquer le PFS sur les seules forces qui agissent sur lui.

$$\begin{cases} \sum F_x = 0 \leftrightarrow Q \cdot \sin(60) - S \cdot \sin(45) = 0 \\ \sum F_y = 0 \leftrightarrow Q \cdot \cos(60) + S \cdot \cos(45) = P \end{cases}$$

$$S = Q \cdot \frac{\sin(60)}{\sin(45)}$$

$$Q \cdot \cos(60) + Q \cdot \frac{\sin(60)}{\sin(45)} \cdot \cos(45) = P$$

$$\text{Or } \sin(45) = \cos(45)$$

$$Q = \frac{P}{\cos(60) + \sin(60)} = \frac{15}{\cos(60) + \sin(60)} = 10,98 \text{ N}$$

SOMMAIRE – S1-C2 LES ÉQUILIBRES EXTERNES

1. Échauffement 10'
2. Rappels 10'
3. Cours 45'
 - a. Présentation
 - b. 2^{ème} loi de Newton
 - c. 1^{ère} loi de Newton
 - d. PFS
 - e. 3^{ème} loi de Newton
4. Application 20'
5. Bilan 5'

S1-C2 LES ÉQUILIBRES EXTERNES

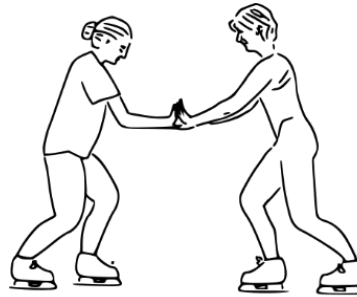
3.e. 3^{ème} loi de Newton

TROISIÈME LOI DE NEWTON

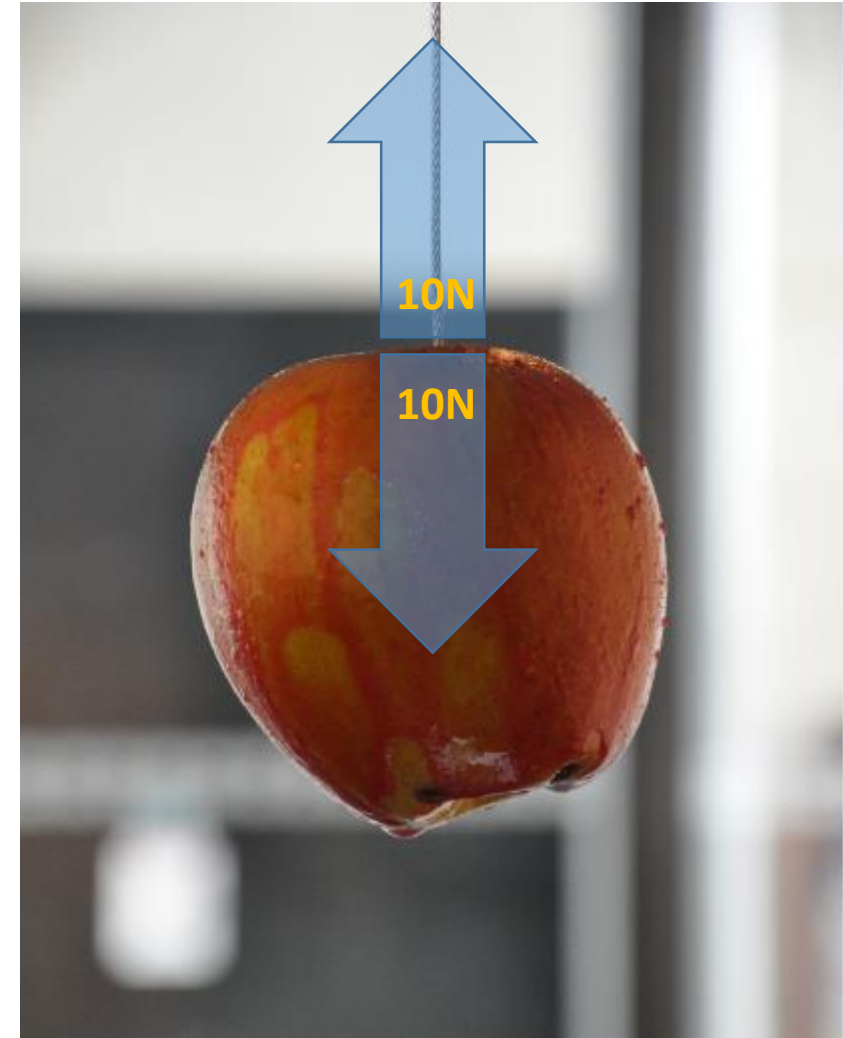
« *Tout corps A exerçant une force sur un corps B subit une force d'intensité égale, de même direction mais de sens opposé, exercée par le corps B* »

Ce qui s'écrit:

$$\vec{F}_{A \rightarrow B} = -\vec{F}_{B \rightarrow A}$$



Si A et B sont deux corps **en interaction et en équilibre**, la force exercée par A sur B et la force exercée par B sur A sont directement opposées et de même valeur.



S1-C2 LES ÉQUILIBRES EXTERNES

3.d. Principe Fondamental de la Statique

TROISIÈME LOI DE NEWTON : EXEMPLE

Exemple : Un livre exerce une force sur une table. Il ne tombe pas, donc **il est en équilibre**. Alors, selon le P.F.S., la somme des forces qui s'exercent sur lui est nulle.

$$\sum \vec{F} = \vec{0}$$

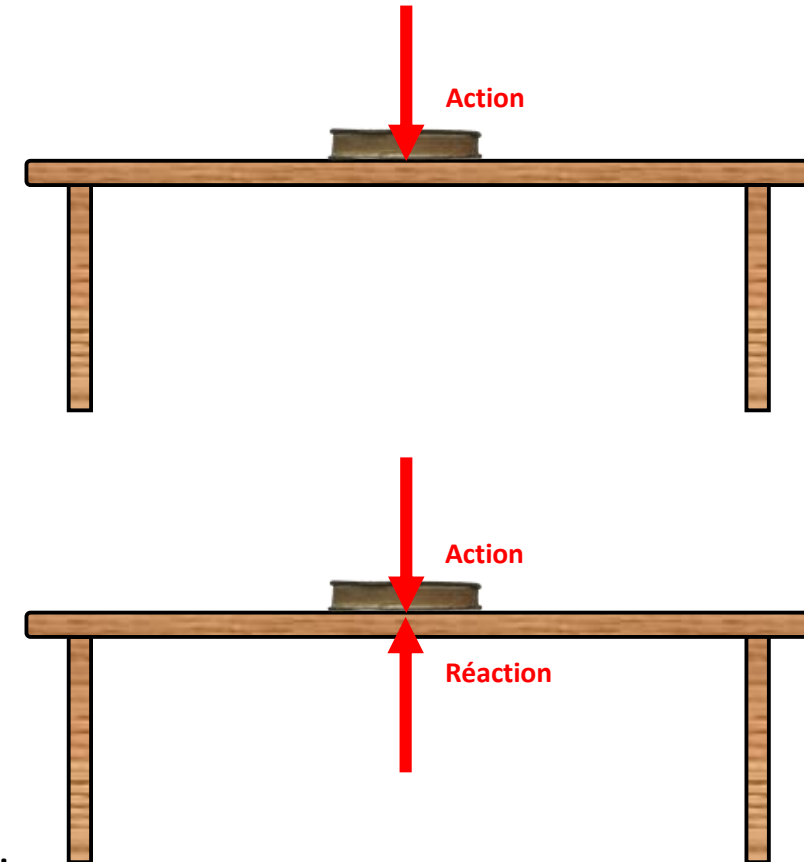
Il existe donc nécessairement une autre force qui agit sur lui qui, de plus, doit respecter deux conditions afin que la somme des deux vecteurs forces soit bien nulle :

1. Elles sont de même grandeur
2. Elles sont de sens opposés

Nb. : en outre, pour que la somme des moments soit nulle :

3. Elles sont rigoureusement alignées

Cette force, c'est la réaction de la table sur le livre (action réciproque du poids du livre sur la table).



SOMMAIRE – S1-C2 LES ÉQUILIBRES EXTERNES

1. Échauffement 10'

2. Rappels 10'

3. Cours 45'

- a. Présentation
- b. 2^{ème} loi de Newton
- c. 1^{ère} loi de Newton
- d. PFS
- e. 3^{ème} loi de Newton

4. Application 20'

5. Bilan 5'

1. Échauffement 10'

2. Rappels 10'

3. Cours 45'

- a. Présentation
- b. 2^{ème} loi de Newton
- c. 1^{ère} loi de Newton
- d. PFS
- e. 3^{ème} loi de Newton

4. Application 20'

5. Bilan 5'

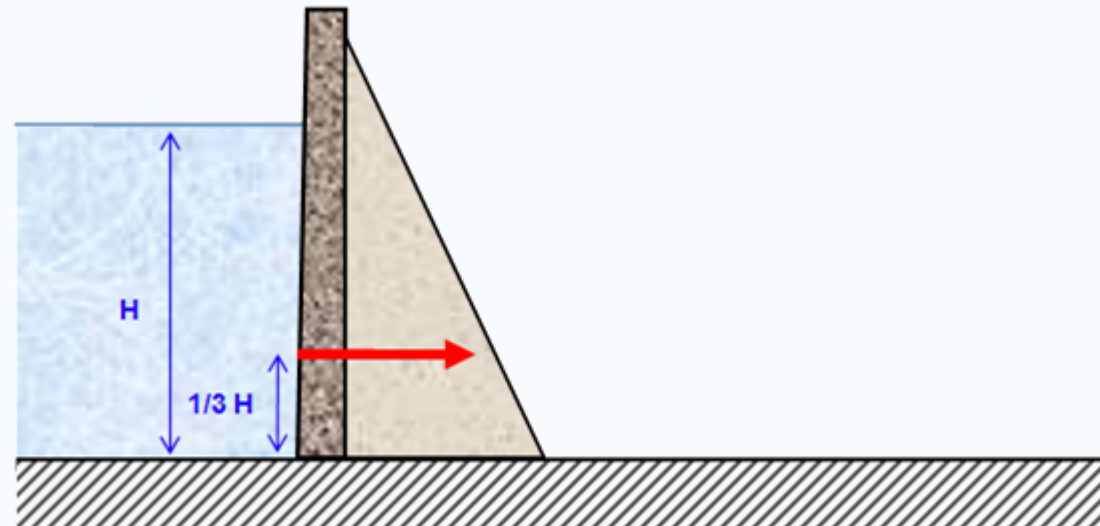
S1-C2 LES ÉQUILIBRES EXTERNES

4. APPLICATION

EXERCICE 01

Stabilité d'un barrage poids – Dimensionnement du barrage de la Grande Dixence

- 1) Quels sont les deux effets pouvant déstabiliser le barrage poids ? A quoi sont-ils dus ?
- 2) Trouver les conditions liées à la conception du barrage pour qu'il soit en équilibre.



S1-C2 LES ÉQUILIBRES EXTERNES

4. APPLICATION

EXERCICE 01

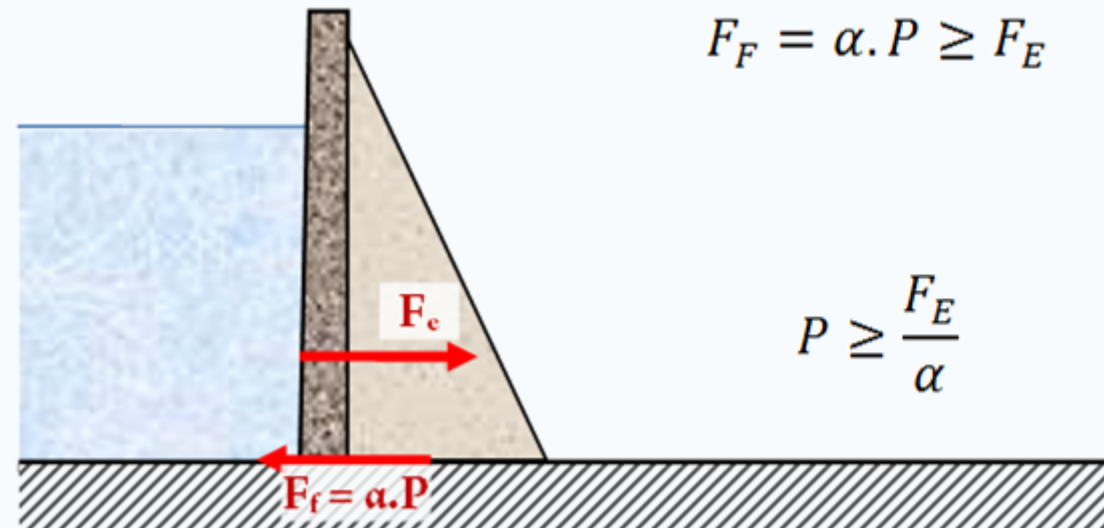
Stabilité d'un barrage poids – Dimensionnement du barrage de la Grande Dixence

N°1 : Le glissement – il est dû aux forces

Lorsqu'on l'évite, on dit qu'on respecte l'équilibre en translation

Pour le vérifier on doit s'assurer que la somme des forces projetées en X et en Y est bien nulle
(théorème de la résultante statique) :

$$\sum F_X = 0 \quad \text{et} \quad \sum F_Y = 0$$



SOMMAIRE – S1-C2 LES ÉQUILIBRES EXTERNES

1. Échauffement 10'

2. Rappels 10'

3. Cours 45'

- Présentation
- 2^{ème} loi de Newton
- 1^{ère} loi de Newton
- PFS
- 3^{ème} loi de Newton

4. Application 20'

5. Bilan 5'

S1-C2 LES ÉQUILIBRES EXTERNES

4. APPLICATION

EXERCICE 01

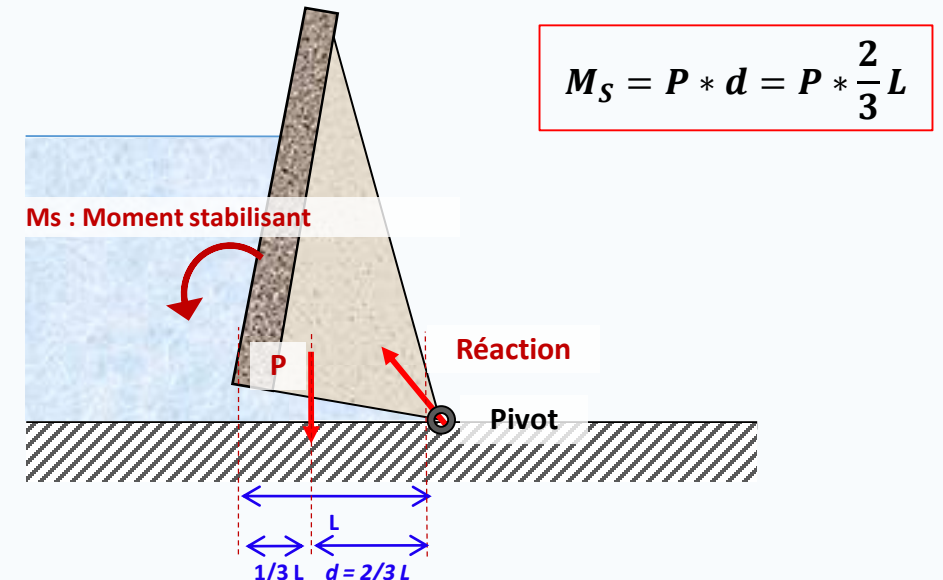
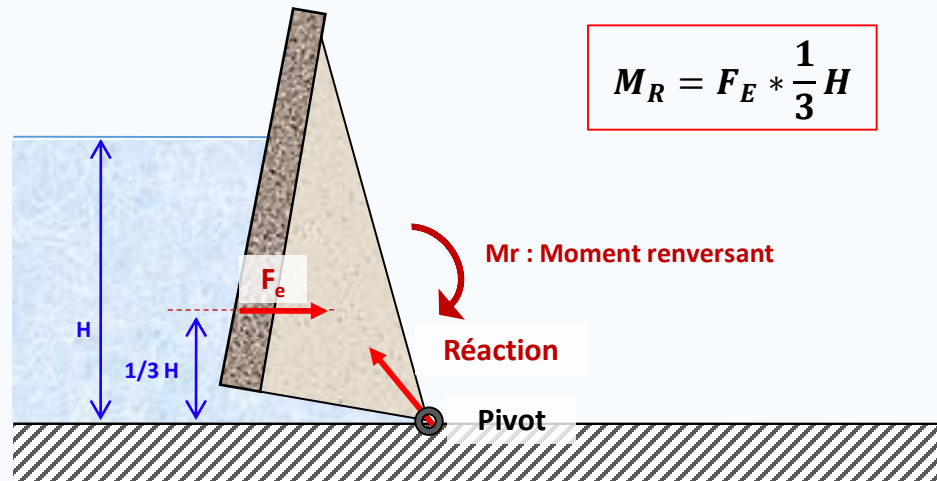
Stabilité d'un barrage poids – Dimensionnement du barrage de la Grande Dixence

N°2 : Le basculement – il est dû aux moments

Lorsqu'on l'évite, on dit qu'on respecte l'équilibre en rotation

Pour le vérifier on doit s'assurer que la somme des moments en un point est bien nulle (théorème du moment statique) :

$$\sum M_{/A} = 0$$



- a. Présentation
- b. 2^{ème} loi de Newton
- c. 1^{ère} loi de Newton
- d. PFS
- e. 3^{ème} loi de Newton

S1-C2 LES ÉQUILIBRES EXTERNES

4. APPLICATION

EXERCICE 01

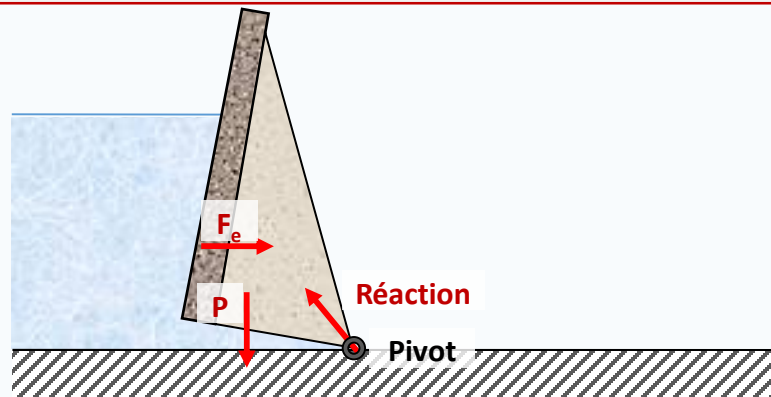
Stabilité d'un barrage poids – Dimensionnement du barrage de la Grande Dixence

N°2 : Le basculement – il est dû aux moments

Lorsqu'on l'évite, on dit qu'on respecte l'équilibre en rotation

Pour le vérifier on doit s'assurer que la somme des moments en un point est bien nulle
(théorème du moment statique) :

$$\sum M/A = 0$$



$$M_S \geq M_R$$

$$P * \frac{2}{3} L \geq F_E * \frac{1}{3} H$$

$$P * \frac{L}{H} \geq \frac{1}{2} * F_E$$

Pour améliorer la stabilité du barrage, nous pouvons donc, au choix :

1. Augmenter le poids **P** du barrage (après tout, il s'agit bien d'un barrage poids !)
2. Augmenter **L**, sa base de sustentation (pour éloigner le centre de gravité du pivot)
3. Diminuer **H**, c'est ce qu'il se passe quand le bassin d'eau est brutalement vidé en cas de danger imminent

SOMMAIRE – S1-C2 LES ÉQUILIBRES EXTERNES

1. Échauffement 10'

2. Rappels 10'

3. Cours 45'

- a. Présentation
- b. 2^{ème} loi de Newton
- c. 1^{ère} loi de Newton
- d. PFS
- e. 3^{ème} loi de Newton

4. Application 20'

5. Bilan 5'

1. Échauffement 10'

2. Rappels 10'

3. Cours 45'

- a. Présentation
- b. 2^{ème} loi de Newton
- c. 1^{ère} loi de Newton
- d. PFS
- e. 3^{ème} loi de Newton

4. Application 20'

5. Bilan 5'

S1-C2 LES ÉQUILIBRES EXTERNES

4. APPLICATION

EXERCICE 01

Stabilité d'un barrage poids – Dimensionnement du barrage de la Grande Dixence

Barrage de la Grande Dixence : dans la vallée de Dix en Suisse, il est le plus haut d'Europe. Le lac de rétention contient 385 millions de m³ d'eau. Production : 2000 MW. Construction : de 1953 à 1961.



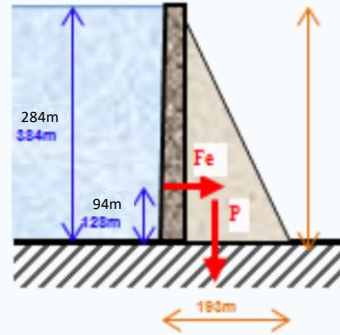
S1-C2 LES ÉQUILIBRES EXTERNES

4. APPLICATION

EXERCICE 01

Stabilité d'un barrage poids – Dimensionnement du barrage de la Grande Dixence

Barrage de la Grande Dixence : dans la vallée de Dix en Suisse, il est le plus haut d'Europe. Le lac de rétention contient 385 millions de m³ d'eau. Production : 2000 MW. Construction : de 1953 à 1961.



Données :

Hauteur : 284 m

Longueur : 748 m

Béton : 5,9 millions de m³

Épaisseur de la base : 193 m

Le coefficient de frottement béton-roche $\alpha = 0,6$

Calcul de la pression de l'eau

$$p[\text{kg/m}] = h[\text{m}] \times \rho [\text{kg/m}^3] \times 1\text{ml}$$

$$p = 284 \times 1000 = 284\,000 \text{ kg/ml}$$

La résultante vaut donc :

$$F_e = \frac{1}{2} \times h \times p = 40\,328\,000 \text{ kg}$$

Condition de non glissement

$$P \geq \frac{F_e}{\alpha} \approx 67\,000 \text{ T}$$

$$V_{\text{béton}} \geq \frac{67\,000 \text{ T}}{2,5 \frac{\text{T}}{\text{m}^3}} \approx 26\,800 \text{ m}^3/\text{ml}$$

Condition de non basculement

$$P \geq \frac{H * F_e}{2L} \approx 29\,671 \text{ T}$$

$$V_{\text{béton}} \geq \frac{29\,671 \text{ T}}{2,5 \frac{\text{T}}{\text{m}^3}} \approx 11\,900 \text{ m}^3/\text{ml}$$

Béton par ml au centre du barrage réel : $\frac{1}{2} \times 284 \times 193 = 27\,406 \text{ m}^3$: on est pas loin de notre résultat !

- Présentation
- 2^{ème} loi de Newton
- 1^{ère} loi de Newton
- PFS
- 3^{ème} loi de Newton

1. Échauffement 10'

2. Rappels 10'

3. Cours 45'

- a. Présentation
- b. 2^{ème} loi de Newton
- c. 1^{ère} loi de Newton
- d. PFS
- e. 3^{ème} loi de Newton

4. Application 20'

5. Bilan 5'

S1-C2 LES ÉQUILIBRES EXTERNES

4. APPLICATION

EXERCICE 02

La buvette de Prouvé / Novarina à Evian (1956) – premier dimensionnement



1. Échauffement 10'

2. Rappels 10'

3. Cours 45'

- a. Présentation
- b. 2^{ème} loi de Newton
- c. 1^{ère} loi de Newton
- d. PFS
- e. 3^{ème} loi de Newton

4. Application 20'

5. Bilan 5'

S1-C2 LES ÉQUILIBRES EXTERNES

4. APPLICATION

EXERCICE 02

La buvette de Prouvé / Novarina à Evian (1956) – premier dimensionnement



*Sous face en bois et potelets de façade
formant tirants*

1. Échauffement 10'

2. Rappels 10'

3. Cours 45'

- a. Présentation
- b. 2^{ème} loi de Newton
- c. 1^{ère} loi de Newton
- d. PFS
- e. 3^{ème} loi de Newton

4. Application 20'

5. Bilan 5'

S1-C2 LES ÉQUILIBRES EXTERNES

4. APPLICATION

EXERCICE 02

La buvette de Prouvé / Novarina à Evian (1956) – premier dimensionnement

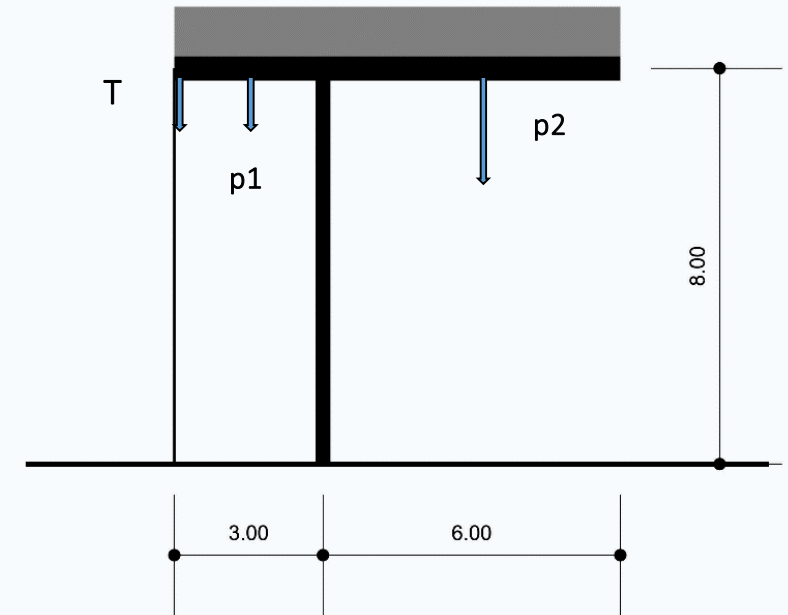


S1-C2 LES ÉQUILIBRES EXTERNES

4. APPLICATION

EXERCICE 02

La buvette de Prouvé / Novarina à Evian (1956) – premier dimensionnement



Structure de type **béquille asymétrique équilibrée par un tirant**.

On veut connaître les efforts dans le câble et faire un premier dimensionnement pour qu'il ne casse pas. Au passage on aimerait connaître la réaction du sol à l'emplacement du poteau.

Hypothèses :

La structure subit une charge permanente incluant le poids propre g admis comme uniformément réparti sur la béquille $g = 8 \text{ kN/ml}$ et une charge d'exploitation $q = 7 \text{ kN/ml}$

Limite de rupture de l'acier en traction: $f_t = 355 \text{ N/mm}^2$

SOMMAIRE – S1-C2 LES ÉQUILIBRES EXTERNES

1. Échauffement 10'

2. Rappels 10'

3. Cours 45'

- Présentation
- 2^{ème} loi de Newton
- 1^{ère} loi de Newton
- PFS
- 3^{ème} loi de Newton

4. Application 20'

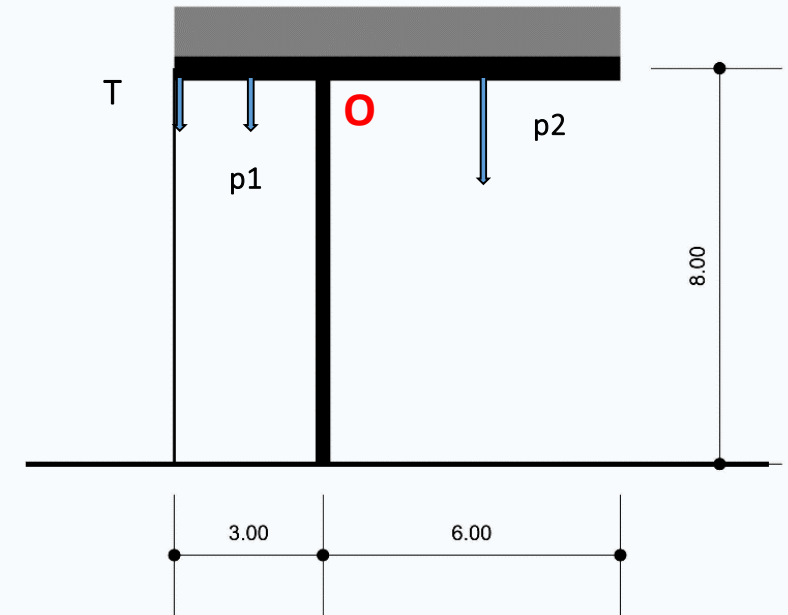
5. Bilan 5'

S1-C2 LES ÉQUILIBRES EXTERNES

4. APPLICATION

EXERCICE 02

La buvette de Prouvé / Novarina à Evian (1956) – premier dimensionnement



Équilibre :

Force de traction dans le câble par calcul des moments au point O :

$$p1 \times 1,5 + T \times 3 - p2 \times 3 = 0 \rightarrow T \times 3 = - (8 + 7) \times 3 \times 1,5 + (8 + 7) \times 6 \times 3 \rightarrow T = 67,5 \text{ kN}$$

Réaction du sol en pied de poteau du poteau

Quelle est la charge répartie de dimensionnement agissant sur la structure ? ($8 + 7 = 15 \text{ kN/m}$)

Quel est l'effort de dimensionnement au sommet de la colonne ?

Effort de dimensionnement : $15 \times 9 + 67,5 = 202,5 \text{ kN}$

SOMMAIRE – S1-C2 LES ÉQUILIBRES EXTERNES

1. Échauffement 10'

2. Rappels 10'

3. Cours 45'

- Présentation
- 2^{ème} loi de Newton
- 1^{ère} loi de Newton
- PFS
- 3^{ème} loi de Newton

4. Application 20'

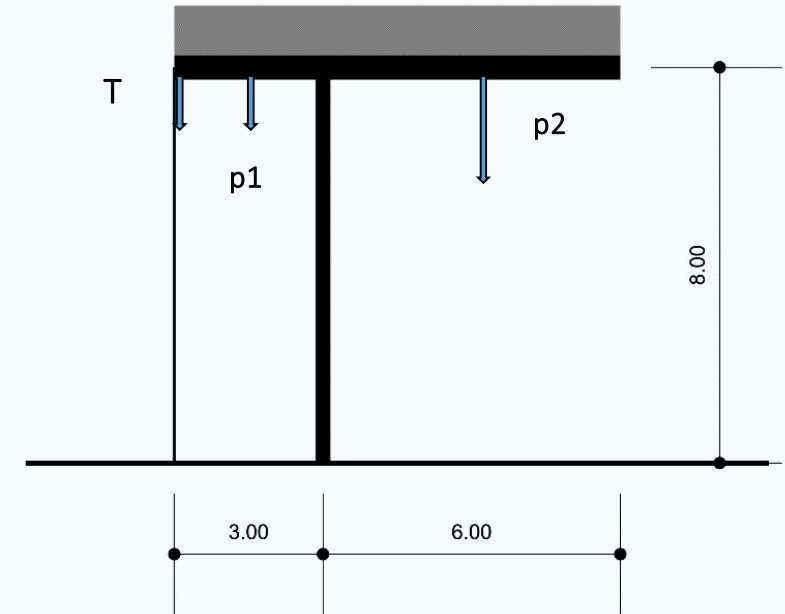
5. Bilan 5'

S1-C2 LES ÉQUILIBRES EXTERNES

4. APPLICATION

EXERCICE 02

La buvette de Prouvé / Novarina à Evian (1956) – premier dimensionnement



Dimensions du câble

Calcul approximatif (sans coefficients (ELU) et sans prendre en compte la déformation (ELS) qui prédomine car on veut limiter l'allongement du câble)

- Quel est l'effort de dimensionnement ? (67,5kN)
- Quelle est la surface minimale nécessaire du câble ? $67\,500 / 500 = 135\text{mm}^2$
- Quel est le diamètre correspondant ? (13.1mm)

- Présentation
- 2^{ème} loi de Newton
- 1^{ère} loi de Newton
- PFS
- 3^{ème} loi de Newton

1. Échauffement **10'**

2. Rappels **10'**

3. Cours **45'**

- a. Présentation
- b. 2^{ème} loi de Newton
- c. 1^{ère} loi de Newton
- d. PFS
- e. 3^{ème} loi de Newton

4. Application **20'**

5. Bilan **5'**

Qu'a-t-on appris aujourd'hui?

SOMMAIRE – S1-C2
LES ÉQUILIBRES EXTERNES

1. Échauffement **10'**
2. Rappels **10'**
3. Cours **45'**
 - a. Présentation
 - b. 2^{ème} loi de Newton
 - c. 1^{ère} loi de Newton
 - d. PFS
 - e. 3^{ème} loi de Newton
4. Application **20'**
5. Bilan **5'**

À LA SEMAINE PROCHAINE !



Théâtre de l'équilibre 2011, Fribourg
Jean Pierre Dürig architecte